بحوث العمليات والطرق الكمية

تأليف

دكتور/ وحيد أحمد ماهر

كلية التجارة – جامعة عين شمس

مراجعة

الأستاذ الدكتور/عمرو الأتربي

عميد كلية التجارة – جامعة عين شمس

المحتويات

الموضوع	الصفحة
الفصل الأول : تعريف ومراحل بحوث العمليات	٨
مقدمة	١٠
تعريف بحوث العمليات	١٣
أهمية بحوث العمليات	١٥
مراحل بحوث العمليات	١٧
مفهوم وأهمية النماذج	٢١
تصنيف النماذج	٢٤
تعريف اتخاذ القرار.	٢٨
عناصر القرار الجيد.	٢٨
خطوات اتخاذ القرار	٢٩
النماذج المختلفة لاتخاذ القرارات أ- نماذج التأكد. ب- نماذج عدم التأكد. جـ - نماذج المخاطرة.	٣٥ ٣٨ ٣٩ ٥٨
استخدام نظرية بايز وتوزيع ذو الحدين في اتخاذ القرارات.	٧١
تمارين متنوعة	٧٧
الفصل الثاني : نماذج المخزون	٨٣
مقدمة	٨٥
تعريف المخزون.	٨٦
أهمية المخزون.	٨٦

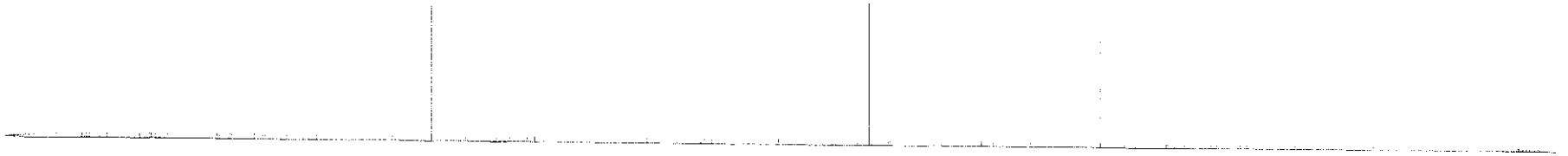
أنواع تكاليف المخزون.	٨٨
المخاطر المتعلقة بالمخزون.	٨٩
نماذج المخزون.	٩٢
نموذج تحديد حجم الطلبية الإقتصادية للطلب.	٩٢
نموذج الكمية الاقتصادية للطلب مع خصم كمية.	١٠٢
نموذج إعادة الطلب ومخزون الأمان.	١٠٦
تمارين متنوعة.	١١٠
الفصل الثالث: المنافسات الاستراتيجية (نظرية المباريات)	١١٤
مقدمة.	١١٦
تعريف نظرية المباريات.	١١٦
مفاهيم هامة لنظرية المباريات.	١١٧
فروض نظرية المباريات.	١١٨
أنواع نماذج نظرية المباريات.	١١٩
مباريات الحظ والمهارة.	١١٩
المباريات الاستراتيجية.	١٢٠
قوانين السيطرة.	١٢٥
المباريات التعاونية وغير التعاونية.	١٣٥
الدالة المميزة.	١٣٦
تمارين متنوعة.	١٣٧
الفصل الرابع : البرمجة الخطية	١٤١
مقدمة.	١٤٣
أنواع البرمجة.	١٤٣

تعريف البرمجة الخطية.	١٤٩
استخدامات البرمجة الخطية.	١٥١
شروط البرمجة الخطية.	١٥٢
فروض البرمجة الخطية.	١٥٣
العناصر الأساسية لنموذج البرمجة الخطية.	١٥٤
طرق حل مشاكل البرمجة الخطية.	١٥٧
أولاً : الطريقة البيانية.	١٥٨
ثانياً : طريقة السمبلكس.	١٩١
تمارين متنوعة.	٢٢٧
الفصل الخامس : نماذج النقل.	٢٤٠
مقدمة.	٢٤٢
التطور التاريخي لنماذج النقل.	٢٤٢
تعريف نماذج النقل.	٢٤٣
عناصر نماذج النقل.	٢٤٣
النموذج الرياضي لنماذج النقل.	٢٤٤
أنواع مشاكل النقل.	٢٤٥
خطوات حل نماذج النقل.	٢٤٦
طرق الحل المبدئي لنماذج النقل.	٢٤٧
أولاً: طريقة الركن الشمالي الغربي.	٢٤٧
ثانياً : طريقة أقل تكلفة.	٢٥٠
ثالثاً : طريقة فوجيل.	٢٥٣
رابعاً: طريقة روسيل.	٢٥٩
تمارين متنوعة	٢٧٩

الفصل السادس: نماذج صفوف الانتظار.	٢٨٣
مقدمة.	٢٨٥
نشأة صفوف الانتظار.	٢٨٥
تعريف صفوف الانتظار.	٢٨٦
أهمية صفوف الانتظار.	٢٨٧
عناصر نظرية صفوف الانتظار.	٢٨٩
نماذج طوابير الانتظار.	٢٩٤
التوزيعات المستخدمة في نماذج الانتظار.	٢٩٥
توزيع بواسون.	٢٩٦
التوزيع الاسي.	٢٩٧
تمارين متنوعة.	٣٠٩
الفصل السابع : نماذج التخصيص	٣١٢
مقدمة.	٣١٤
تعريف نماذج التخصيص.	٣١٤
فروض نماذج التخصيص.	٣١٥
طرق التخصيص.	٣١٦
طريقة الحل اليدوي.	٣١٦
الطريقة المجرية.	٣٢٠
تمارين متنوعة.	٣٢٨
المراجع العربية والأجنبية	٣٣٢
أولاً : المراجع العربية.	٣٣٢
ثانياً : المراجع الأجنبية.	٣٣٥

الفصل الأول

تعـــاريف ومراحـــل بحوث العمليات



أهداف هذا الفصل

عند الانتهاء من هذا الفصل سوف يكون القارئ قادراً على

١ـ التعرف علي مفهوم بحوث العمليات.

٢ـ التعرف علي أهمية ومراحل واستخدامات بحوث العمليات.

٣ـ فهم الأنواع المختلفة لنماذج حالات اتخاذ القرارت.

٤ـ معرفة خطوات اتخاذ القرارات.

٥ـ التعرف علي عناصر القرار الجيد.

٦ـ استخدام نظرية بايز وتوزيع ذو الحدين في اتخاذ القرارات.

مقدمة

يعتبر قيام الثورة الصناعية وما نتج من آثار هامة مترتبة علي قيامها ومنها كبر أحجام المنظمات وظهور قيمة التخصص كانا من العوامل ذات الأثر الكبير في ظهور بعض المشكلات في مجال إدارة الأعمال ومن ضمن هذه المشكلات هي محاولة الإجابة علي بعض التساؤلات منها : ما هى التشكيلة المناسبة من المنتجات المختلفة والتى تحقق أهداف المنظمة؟ ، ما هى الحصص المناسبة من الموارد المتاحة للمنظمة والتي يمكن استخدامها للوصول للكفاءة المناسبة في استخدام الموارد المتاحة للمنظمة ككل؟ ما هو المسار الأمثل التي يجب أن تسلكه المنتجات من أماكن الإنتاج إلي أماكن التوزيع بما يحقق أهداف المنظمة سواء كان الهدف هو تعظيم أرباح المنظمة أو تخفيض تكاليفها؟ ما هو النصيب السوقي المحتمل لشركة ما في ظل وجود منافسة لشركات أخري داخل نفس السوق؟ ومن هنا ظهرت بحوث العمليات كوسيلة لمحاولة الوصول لطريقة للإجابة علي التساؤلات السابقة .

أثناء الحرب العالمية الثانية وبالتحديد بداية من عام ١٩٣٦م قام فريق كبير من العلماء (أطلق عليه فريق بحوث العمليات فيما بعد) بعمل أبحاث عسكرية لتحقيق الأنشطة المرجوة في تلك الحرب فى ظل الموارد المتاحة المحدودة

وكان سلاح الجو البريطاني هو أول من استعان بهذا الفريق وذلك بهدف تحديد كفاءة استخدام أسلحة رادارية جديدة في الحرب، وبعد انتهاء الحرب كان لنجاح هذا الفريق أكبر الأثر فى محاولة تعميم هذا العلم على نواحى أخري غير عسكرية، أما في أمريكا كان B. James رئيس لجنة بحوث الدفاع القومي ، B.rannivar رئيس لجنة الأسلحة والمعدات الجديدة وراء استخدام بحوث العمليات من خلال إجراء دراسات مماثلة للدراسات البريطانية وذلك بتكوين فريق خاص لمعالجة بعض المشاكل المعقدة ، كمشكلة نقل المعدات والمواد المختلفة وتوزيعها على مختلف الوحدات العسكرية المنتشرة في مناطق مختلقة من العالم فقام السلاح البحري الأمريكي بتشكيل فريقين ليكونا مشتركين في مشروعين ضخمين هما : معمل المعدات البحرية ، الأسطول العاشر برئاسة كل من : M.philip و J.ellisa، ونظرا للنجاح الذي تحقق واصل القادة العسكريون اهتمامهم بهذا العلم من خلال وكالة بحوث العمليات والتي تحولت فيما بعد إلى مؤسسة بحوث العمليات ، ما سبق شجع العديد من الدول إلي الإستعانة بعلم بحوث العمليات وعلى

رأسها كندا التي شكلت فريقاً مهمته إنتاج المعدات العسكرية من خلال الاستخدام الأمثل للموارد المتوفرة .

بداية من عام ١٩٥٠م بدأ تعميم بحوث العمليات في نواحي غير عسكرية ودخولها فى منظمات الأعمال المختلفة كالمحاسبة ، الصناعة ، الطب ، الهندسة ، وغيرها من المجالات المختلفة، ويوجد عاملين علي الأقل هما الأساس للنمو السريع لظهور علم بحوث العمليات أثناء تلك الفترة وهما:

- المنافسة الشديدة من جانب فريق العلماء فيما بينهم لتحسين أساليب بحوث العمليات خاصة بعد فترة انتهاء الحرب فعلى سبيل المثال لم يمضى عام ١٩٤٧م إلا وقد قام العالم George Dantzig بتطوير أساليب السمبلكس لحل المشاكل المختلفة للبرمجة الخطية.
- التطور السريع فى مجال برامج الحاسب الالي وأيضاً مع بدء ظهور برامج حاسب الي متخصصة للتعامل مع مشاكل بحوث العمليات وإن كانت قد تأخرت تلك الخطوة إلي نهاية الثمانينات.

تعريف بحوث العمليات

يتكون مصطلح (بحوث العمليات) من كلمتين : أحدهما كلمة (عمليات) وهى تعني العلم الذي يهتم بكيفية الملائمة للعمليات والأنشطة داخل المنظمات في المجالات المختلفة من تصنيع - نقل - إنشاءات - اتصالات - رعاية صحية - خدمات عامة وغيرها ، والكلمة الأخري هي كلمة (بحوث) وهي تعني استخدام بحوث العمليات كوسيلة ملائمة في البحوث العلمية، من هذا المنطلق يجب علي الفريق المتعامل ببحوث العمليات أن يكون ذات مواصفات خاصة ، بمعني أن يكون علي دراية ومعرفة جيدة بعلوم مختلفة منها علوم الرياضيات – الإحصاء- الإحتمالات – إدارة الأعمال – الحاسب الالي ، وأن يكون ذات مهارات متعددة حتي يمكنه من التعامل مع المشكلات المختلفة في المنظمات.

يجب التركيز علي أن مصطلح بحوث العمليات يركز علي (أحسن a best) البدائل وليس (الأحسن the best) لأنه قد تكون هناك عدة بدائل جيدة وليس بديل واحد.

لم يتفق المهتمين بعلم بحوث العمليات علي وضع تعريف موحد لهذا العلم

- **تعريف واجنر :** بحوث العمليات هي مدخل العلم المستخدم في حل المشكلات التي تصادف الإدارة العليا

للمشروعات، وأري أن هذا التعريف لا يعطي مفهوماً واضحاً لبحوث العمليات فهو يقيدها بحل المشكلات، كما يحدد نطاقها بالإدارة العليا للمشروعات بينما بحوث العمليات يتسع نطاقها عن هذا التعريف فهي تتعلق باتخاذ القرارات سواء على نطاق الإدارة إلتنفيذية أو علي مستوي الإدارة العليا للمشروع .

- **تعريف مورس ، و كمبال :** فقد عرفا بحوث العمليات بأنها تطبيق الطريقة العلمية بتوفير الأساس الكمي الذي يمكن الإدارة من إتخاذ القرارات، هذا التعريف يحدد العناصر الرئيسية لبحوث العمليات وهي استخدام الطريقة العلمية وتوفير الأساس الكمي في اتخاذ القرارات الإدارية ، إلا أن هذا التعريف يخلط بين بحوث العمليات والأساليب الإدارية الأخرى التي ترتكز على الأساس الكمي .
- **تعريف جمعية بحوث العمليات البريطانية** : بحوث العمليات هي إستخدام الأساليب العلمية لحل المعضلات المعقدة في إدارة أنظمة كبيرة من القوى العاملة، المعدات، المواد الأولية والأموال سواء كان ذلك في المصانع أوالمؤسسات الحكومية أوفي القوات المسلحة، وذلك بهدف مساعدة الإدارة فى اتخاذ قراراتها بشكل علمي وسليم.
- **تعريف جمعية بحوث العمليات الأمريكية** : بحوث العمليات هي اتخاذ القرارات العلمية حول كيفية تصميم وعمل أنظمة المعدات والقوى العاملة وفقاً لشروط تتطلب تخصيصاً أمثلاً للموارد المحدودة.

بالنظر للتعاريف السابقة نجد أن أغلبها يشترك في النقاط التالية

- المنهج العلمي وهو المنهج الذي ترتكز عليه بحوث العمليات.
- وجود مشكلة يتم تمثيلها بنموذج تقوم بحوث العمليات علي محاولة إيجاد أحسن البدائل لحلها.

أهمية استخدام بحوث العمليات

تعتبر بحوث العمليات من العلوم التى تهتم بتحسين كفاءة العديد من المنظمات فهي تساهم معنوياً في رفع الإنتاجية الإقتصادية للمنظمات المختلفة، وتوجد العديد من الدول التي التحقت بالمنظمة الفيدرالية لبحوث العمليات International Federation of Operation Research ومن ضمن الأمثلة التي توضح أهمية بحوث العمليات

- قامت وزارة الدفاع لدولة جنوب أفريقيا عام ١٩٩٥ م بالإستعانة ببحوث العمليات لإعادة تصميم شكل وحجم أنظمة التسليح لديها مما أدي إلي حصولها علي مكاسب تقدر بحوالي ١,١ بليون دولار.
- قامت شركة HP للطابعات عام ١٩٩٨م بالإستعانة ببحوث العمليات لإعادة تصميم أحجام الورق داخل الطابعات لكي تناسب احتياجات المنتجين مما أدي لزيادة إيرادات الشركة بنحو ٢٨٠ مليون دولار.

يمكن تلخيص أهمية بحوث العمليات في النقاط التالية

- تعتبر من الوسائل العلمية المساعدة في اتخاذ القرارات بأسلوب أكثر دقة وبعيد عن العشوائية الناتجة عن التجربة والخطأ.
- تساعد على توفير تكلفة حل المشاكل المختلفة وذلك بتخفيض الوقت اللازم للحل.
- تعتبر وسيلة مساعدة في اتخاذ القرارات الكمية باستخدام الطرق العلمية الحديثة.
- تعتبر فن وعلم في آن واحد فهي تتعلق بالتخصيص الكفء للموارد المتاحة .
- تستخدم في التخطيط طويل الأجل وفي اختيار مواقع التخزين وفي منافذ التوزيع.
- تستخدم في جدولة الإنتاج وفي مراقبة المخزون وتحديد نقطة إعادة الطلب وفي تحديد البدائل الإستثمارية.
- تستخدم مدخل النظم في حل المشكلات .
- تخفيض نسبة المخاطرة في اتخاذ القرارات.

يمكن توضيح بيان استخدامات بحوث العمليات وفقاً للمنهج الكمي وذلك بالإستعانة بالجدول التوضيحي التالي

الأسلوب	استخداماته
الاحتمالات والتوزيعات	١- تدعيم عملية اتخاذ القرارات. ٢- تحديد نوع وطبيعة البيانات المتوفرة.
النماذج الكمية	١- تحديد حجم المبيعات. ٢- تحديد حجم الإنتاج الأمثل. ٣- تحليل البيانات المتوفرة.
اتخاذ القرارات	١- تحديد استراتيجيات البيع. ٢- تحديد السياسات التسويقية المستقبلية.
البرمجة الخطية	١- تحديد البديل الذي يحقق دالة الهدف. ٢- الإستغلال الأمثل لموارد الإنتاج.
النقل والتخصيص	١- تحديد الخطة المثلي لنقل وتوزيع المنتجات. ٢- تحديد العدد المناسب لرجال البيع ولمنافذ البيع.

مراحل بحوث العمليات

يمكن توضيح مدخل بحوث العمليات في معالجة المشاكل الإدارية المختلفة تبعاً للمنهج العلمي من خلال المراحل التالية

- **المرحلة الأولي : التعريف بالمشكلة المهتم بها**

تعتبر ضبابية المشكلة وعدم وضوحها من أهم المشاكل التي تواجه فريق بحوث العمليات وبالتالي يجب الإهتمام

بالتعريف الجيد للمشكلة ويشمل ذلك التحديد الدقيق للأنشطة الملائمة والبدائل التي يمكن وضعها والعلاقات المتشابكة بين الإدارة التي بها المشكلة وباقي الإدارات والوقت المتاح لإتخاذ القرار،وغالباً تحدث المشكلة بسبب وضع جديد لم يتم إتخاذ قرار بشأنه من قبل أو بسبب مجال لم يحقق نجاح كما هو متوقع أو في حالة إعادة تقييم السياسة الحالية لمعرفة إمكانية تحسينها، وتعتبر هذه المرحلة من المراحل الهامة في بحوث العمليات لأنه إذا لم يتم التعريف الجيد بالمشكلة فقد نصل في النهاية لحل أمثل ولكن لمشكلة خاطئة وبالتالي ستضيع كل مجهودات فريق بحوث العمليات .

- **المرحلة الثانية : صياغة النموذج**

يقصد بهذه المرحلة هى صياغة المشكلة صياغة كمية أو رياضية مناسبة، وتأخذ هذه الصياغة صوراً مختلفة حسب طبيعة المشكلة والمعيار المستخدم لاتخاذ القرار، والنموذج الرياضي هو علم وفن العرض المبسط للواقع في صورة رياضية ، ومن خلال النموذج يتم تحديد متغيرات القرار ، تحديد المعيار المستخدم لإتخاذ القرار كتعظيم أرباح المنظمة أو تخفيض تكاليفها، تحديد القيود المفروضة علي النموذج.

ومن مزايا استخدام النماذج الرياضية لوصف المشكلة : الدقة ، الوضوح ، سهولة إجراء المقارنات، إمكانية

إستخدام الأساليب الرياضية، إمكانية إستخدام برامج الكمبيوتر المختلفة .

وهناك بعض النقاط التي يفضل توافرها في النموذج منها:

- أن يكون النموذج مختصراً دون إخلال بالمشكلة ذاتها.
- الدقة في بناء النموذج والتأكد من عدم احتواءه علي أخطاء.
- تقبل فكرة إمكانية اللجوء لأكثر من نموذج لحل نفس المشكلة.
- التأكد من صلاحية النموذج للتطبيق العملي.

- **المرحلة الثالثة : حل النموذج**

هي محاولة الحصول على حل للمشكلة من النموذج الممثل لها حيث يعرف الحل بأنه مجموعة من قيم المتغيرات والتي تؤدي إلى فعالية أفضل للنظام وفقاً للقيود الموضوعة على المشكلة، وفي بعض الأحيان لا يمكن الحصول على الحل بالطرق الرياضية الحتمية وفي مثل هذه الحالات يستخرج الحل بالطرق الاحتمالية أو بطرق المحاكاة، وتخضع نتائج المحاكاة في هذه الحالة لاختبارات الاستدلال الإحصائية مثل تقدير فترة الثقة لهذه النتائج وتحديد العدد الأمثل لتجارب المحاكاة الذي يقابل الحجم الأمثل للعينة، ويعتمد ذلك على أن نتائج المحاكاة تمثل نتائج عينة مسحوبة من المجتمع، وأن كل محاولة من محاولات المحاكاة تمثل مشاهدة في العينة.

- **المرحلة الرابعة : اختبار النموذج**

يمكن إختبار النموذج من خلال إمكانيته في توضيح تأثير التغير في النظام ويمكن الإستعانة ببيانات أحداث ماضية للتأكد من صلاحية النموذج للتطبيق ، وإذا ثبتت صلاحية النموذج وإمكانية تطبيقه يتم التعرف على التحسن الذي يمكن أن يطرأ على النظام المدروس نتيجة تطبيق الحل النظري في الواقع، فيتم مثلا التعرف على مقدار الزيادة في العائد أو الخفض في التكلفة أو في الوقت... الخ ومن ناحية أخرى، قد يكون من الضروري التعرف على مدى حساسية الحل للتغيرات التي قد تحدث في أحد ثوابت النموذج.

أما إذا لم تثبت صلاحية النموذج وإمكانية تطبيقه ففي هذه الحالة يتم الرجوع للخطوة الأولي مرة أخري للتأكد من التعريف الصحيح للمشكلة ومن ثم بناء نموذج جديد كمحاولة لحل هذه المشكلة ثم القيام بحل النموذج الذي تم بناؤه ومن ثم اختباره والتأكد من صلاحيته للتطبيق.

- **المرحلة الخامسة : تطبيق الحل**

تعني هذه المرحلة بتحويل نتائج النموذج إلي اجراءات تنفيذية يتم تبليغها للمسئولين لإقراراها وتنفيذها ، ولا يمكن إغفال دور الرقابة المستمرة لبيان هل ستظهر عيوب أو مشكلات مستقبلية لإقرار النموذج الجديد أم سيستقر النظام.

مفهوم وأهمية النماذج

نظراً لأهمية النموذج في مراحل بحوث العمليات لذا سيتم التطرق إليه بشئ من التفصيل المناسب .

إن النموذج لأي مشكلة إقتصادية أو إدارية أو علمية أو عسكرية ماهو إلا الشكل المبسط لهذه المشكلة الذي يأخذ على الأغلب شكل معادلات أو متباينات تمثل العلاقة التي يمكن قياسها كمياً لمختلف العوامل التي لها علاقة بالمشكلة لذا فقد وردت مجموعة من التعاريف عن النماذج جميعها تشترك في خاصية واحدة مستندة على الهدف الأساسي لعملية النمذجة حيث النمذجة مجموعة من العمليات والمعالجات لبناء النماذج التي يراد بها تسهيل الظاهرة المعقدة وهذا بدوره يعتمد على مجموعة من العناصر الاساسية والتي كما وصفها M.Kilbridgeتشمل:

-الموضوع: أي بماذا يتعلق النموذج؟
-المهمة: أي ماذا سيفعل النموذج؟
-النظرية: أي على أية نظرية يستند النموذج؟
-الطريقة: أي كيف يستخدم النموذج نظريته؟

لذا نجد I. Lowry يذهب الى تعريف النمذجة على إنها فن تبسيط العلاقات ضمن ذلك النظام، حيث أن النموذج: هو تمثيل مبسط للوضع الحقيقي المستند على نظرية ، لذا يذهب Britton Harris في تعريف النموذج على إنه " تصميم

تجريبي يعتمد على نظرية" ،فيما يعرفه Ian Messer على أنه "تبسيط مفيد لواقع حال معقد"، لذا فالنموذج عنده هو الحاله الأمثلية الأقل تعقيداً لواقع الحال، وعليه فهو أسهل إستعمالاً لأغراض البحث.

أو كما يعرفه Colin lee من أن النموذج "هو تمثيل للحقيقة يسهل ويستقرئ الحالات ذات الخصائص المهمة لواقع الحال الحقيقي أو أنه فكرة تجريبية من الحقيقة تستخدم لربط المفاهيم الحقيقية لغرض تقليل الخلافات والصعوبات التي تواجه العالم إلى المستوى الذي يمكن من فهم الحالة بصورة واضحة".

كذلك يذهب محمد سالم الصفدي في تعريفه للنموذج على أنه "تمثيل مبسط للوضع الاقتصادي والاداري من خلال علاقات رياضية كمية أو بيانية تساعد المهتمين على اتخاذ قراراتهم المثالية".

فيما يذهب محمد نور برهان إلى تعريف النموذج على أنه صياغة المشكلة بشكل معين يمكن من إيجاد حل لها بالطرق الرياضية.
وأخيراً تعريف Radcliffe J. عن النموذج الذي وصفه على أنه "إعادة بناء مبسط للوضع الحقيقي الذي يقلل من مستوى التعقيد فيه ليستطيع المخطط إدراكه وبشكل كاف لتذليل المصاعب".

من خلال جميع هذه التعاريف المترادفة المعنى يمكن الخروج بحصيلة واحدة وبشكل واضح يرتكز على حقيقة واحدة وهي أن النموذج الرياضي هو صياغة المشاكل بمعادلات ومتباينات تمثل العلاقة الكمية لمختلف العوامل والظروف المحيطة بالمسألة بشكل معين يمكننا من ايجاد حل لها بالطرق الرياضية المعروفة.

وأن عملية بناء النموذج للمشكلة نعني بها تصوير العمليات المختلفة (الظروف والعوامل المحيطة بالمسألة)، من شكل المعادلات والمتباينات التى تمكننا من إيجاد حل لهذه المشاكل بالطرق الرياضية.

وللنماذج فوائد عدة منها :

١. تعتبر النماذج طرق عملية تستخدم في الكشف عن سلوك الأنظمة وهذا ينبع من الرغبة في معرفة التطوير الديناميكي لسائر الأمور الحياتية.
٢. تستخدم النماذج للكشف عن الحالة المستقبلية للأنظمة التي تم تصنيفها والتعرف على سلوكها وتحديد درجة تطورها واتجاه هذا التطور.
٣. تساعد النماذج في معرفة نتائج مختلفة للبدائل في القرارات وما يترتب على هذا من تزويدنا بأساس واضح للإختيار بين هذه البدائل.

٤. تساعد البدائل المختلفة التي يتوصل إليها النموذج من إعطاء مبادئ وأساسيات مهمة لرسم السياسات الإقتصادية والإقليمية والحضرية.
٥. يعد إستخدام النماذج أساساً للحكم على مدى كفاءة نظام معين نحو الوصول إلى أهداف محددة.

تصنيف النماذج

إن إستخدام النماذج الرياضية لتحقيق متطلبات مختلفة طبقاً إلى المهمة المراد إستخدامها فيها يدفعنا إلى التمييز بين أنواع مختلفة لهذه النماذج وبعبارة أخرى يمكن تصنيف النماذج بطرق مختلفة حسب الموضوع الذي يعالجه النموذج والمهمة المسندة له والنظرية التي يستند عليها وعلى هذا الأساس وجد كثير من التصنيفات للنماذج منها:

أولاً: التصنيف الفكري للنماذج

١- نماذج وصفية

وتسمي بالنماذج التحليلية (Descriptive models) وهي النماذج التي تتماشى مع الطريقة الإستقرائية (المنهج اللفظي) أي أنها تستخدم المنطق لوصف وتحليل العلاقات بين المتغيرات المؤثرة في المشكلة، ولقد كان هذا الاسلوب هو المعول عليه في التفسير

والتحليل الاقتصادي حتى مطلع القرن التاسع عشر مثل نموذج فالراس للتوازن.

٢ـ نماذج تنبؤية (Predictive Models)
هي النماذج التي تستخدم للتنبؤ عما سيكون عليه النظام خلال فترة زمنية مقبلة مثل نموذج ليونيتيف Leontief المطور لأغراض تنبؤية.

٣ـ النماذج التخطيطية (Planning Models)

هي توسع للنماذج التنبؤية تهدف إلى التحقق من صحة وضع نظام ما عن طريق مقابلة النتائج بالواقع الذي يتم تسجيل الإحصاءات عنه.

ثانيا: التصنيف من حيث الاستخدام

١. النماذج المادية الملموسة (physical Models)
هي النماذج التي تستخدم لتمثيل حقائق مادية ملموسة كالنماذج التي تعمل لتمثيل مشاريع تنموية كمشاريع الاسكان والري والصناعة وماشابه ذلك، ويتميز هذا النوع من النماذج بكونه أكثر تصويراً للحقائق ولا يتجاوز نطاق استخدام هذه النماذج لتمثيل الأبعاد الثلاثة للاشياء الملموسة ومثل هذه النماذج لا تستخدم عادة بشكل شائع في العمليات التخطيطية، وقد تكون

هذه النماذج بنفس المقاييس الحقيقية للشئ الواقعي مثل النماذج المستخدمة لشرح الجسم البشري لطلبة كليات الطب (الهيكل البشري)، أو تكون هذه النماذج بمقاييس أصغر من المقاييس الحقيقية مثل النماذج المستخدمة لتمثيل مشاريع معينة لطلبة كليات الهندسة (ماكيت مشروع مدينة سكنية)، أو تكون هذه النماذج بمقاييس أكبر من المقاييس الحقيقية مثل النماذج المستخدمة لتوضيح تكوين الخلايا وما شابه لكليات العلوم وغيرها.

٢. النماذج المشابهة (Analog Models)

هي النماذج المعبرة عن حقائق ولكنها غير ملموسة بشكل كبير وهي التي تستخدم في العمليات التخطيطية ومن الأمثلة علي تلك النماذج الرسوم البيانية خرائط الهيكل الإداري لشركة ما.

٣. النماذج التجريدية (النماذج الفكرية)

هي النماذج التي تشمل ظاهرة معينة أو فكرة معينة أو مجموعة أفكار وظواهر، لذا تبنى هذه النماذج من خلال استخدام الرموز الرياضية لتمثيل الواقع الحقيقي الذي ربما يتجاوز تمثيله الأبعاد الثلاثة وقد يدخل عامل الزمن في هذه النماذج ويكون واحداً من بين تلك الأبعاد المتعددة التي يمثلها مثل هذا النموذج ،وبإدخال عامل الزمن يأخذ النموذج الصفة الحركية ليكون حركياً وبدونه يبقى النموذج ساكناً.

يمكن تقسيم هذه النماذج إلي نماذج رياضية ونماذج احتمالية

- من ضمن النماذج الرياضية : نماذج البرمجة الخطية، نماذج البرمجة غير الخطية، نماذج البرمجة الديناميكية، نماذج المسار الحرج.

- من ضمن النماذج الاحتمالية: نماذج المخزون الإحتمالية، نماذج صفوف الانتظار ، سلاسل ماركوف، نماذج برت، نظرية القرارات.

سوف يتم شرح العديد من هذه النماذج في الصفحات القادمة بالتوضيح الملائم لكلاً منها.

حيث أن صناعة القرار هي الهدف الأساسي لعلم بحوث العمليات فإنه من الضروري التعرف علي معني اتخاذ القرارات ومعرفة خطوات اتخاذ القرار والنماذج المختلفة لاتخاذ القرار وذلك ما سيتم التعرض له في النقاط التاليه.

تعريف اتخاذ القرار

هي محاولة متخذ القرار اختيار بديل (استراتيجية) (خطة) من بين عدة خطط متنافية يرمز لها بالرمز ن١ ، ن٢ ، ن٣ ،.. وذلك في ظل وجود عوامل أخري ليست تحت سيطرة متخذ القرار (تسمي هذه العوامل بحالات الطبيعية) ويرمز لها بالرمز م١ ، م٢ ، م٣ ،... ويتوقف القرار علي التفاعل الذي يحدث بين الخطة التي يتم اختيارها وبين حالة الطبيعة التي ستحدث فعلاً .

كما يمكن تعريف اتخاذ القرار بأنه الإختيار المدرك والواعي والقائم على أساس التحقق والحساب في اختيار البديل المناسب من بين البدائل المتاحة في موقف معين.

عناصر القرار الجيد

١- قابلية القرار للتحسين: أي وجود مجال لتحسين أو تعديل القرار وتنميته وزيادة كفاءته ، بمعنى أنه ليس هناك قرار صحيح بنسبة مائة بالمائة، وإنما هناك قرار أقرب إلى الصواب.

٢- يعتبر القرار عملية مستمرة: يتم اتخاذ القرار بناء على معلومات من الماضي ومما هو متوقع أن يحدث مستقبلاً.

٣- تعتبر صناعة القرار عملية جماعية: تحتاج عملية اتخاذ القرار إلى جهد مشترك في الإعداد والتحضير، وجمع المعلومات وتحليلها وتقييمها وتنفيذ القرار.

٤- العمومية والشمول: تعني العمومية أن عملية اتخاذ القرار تتشابه في خطواتها وإجراءاتها، وإن اختلفت ظروف اتخاذها. أما الشمول فيعني: توافر القدرة على اتخاذ القرارات في جميع من يشغلون المناصب الإدارية على اختلاف مستوياتها العليا والوسطى والدنيا .

٥- الديناميكية والاستمرار: تتضح هذه الصفة في عملية اتخاذ القرارات من كونها تنتقل من مرحلة لأخرى وصولا للهدف المنشود لحل المشكلة محل القرار، بالإضافة لكون طبيعة المشكلة تتغير باستمرار مما يفرض على متخذ القرار متابعة هذا التغير ليتمكن من التمييز بين المشكلة وظواهرها وأعراضها وأسبابها ليتوصل للتشخيص السليم.

خطوات اتخاذ القرارات

١ ــ إدراك وجود مشكلة ما وتعريف هذه المشكلة جيداً.

٢ ــ تحديد معايير القرار والتي يمكن الحكم من خلالها علي جدوي اتخاذ القرار من عدمه.

٣- تحديد أوزان معايير القرار .

٤ – تحديد جميع البدائل المتاحة لمتخذ القرار.

٥ – تحديد جميع حالات الطبيعة واحتمالات حدوثها.

٦ – معرفة العائد الخاص بكل خطة مع كل حالة طبيعة.

٧ – اختيار البديل الذي يعطي أفضل النتائج (القرار الأمثل).

٨- تنفيذ القرار ومتابعته مع التقييم المستمر له.

ومن الممكن الحديث عن خطوات اتخاذ القرار بشئ من التفصيل المناسب كمايلي

أولا: تحديد المشكلة:

هي الخطوة الأولى في عملية إتخاذ القرارات وتتمثل في إدراك أو معرفة الإدارة بوجود مشكلة ما، ويمكن تعريف المشكلة بأنها " إنحراف أو عدم توازن بين ما هو كائن وبين ما يجب أن يكون" أو بمعني اخر هي عبارة عن الخلل الذي يتواجد نتيجة إختلاف الحالة القائمة عن الحالة المرغوب في وجودها. وعند تحديد المشكلة يجب التعمق في دراستها وعدم التسرع في تحديدها لمعرفة جوهر المشكلة الحقيقي، وليس الأعراض الظاهرة التي توحي للإدارة على أنها المشكلة الرئيسية، وعلى متخذ القرار أن يكتسب الخبرة والدراية اللازمتين لترتيب هذه المشاكل بحسب الأولوية من ناحية،

ولتحديد نوعية المشاكل التي تعترض سير العمل في منظمته من ناحية أخرى.

ثانيا: تحديد البدائل :

بعد النجاح في التحديد الدقيق للمشكلة يتم الإهتمام بتحديد بدائل الحلول أو القرارات التي يمكن اتخاذها، ذلك أن التشخيص السليم يحدد المشكلة ويحصرها في نطاق واضح ، وفي هذه المرحلة يتم التعرف على البدائل الممكنة والمتوافرة لمعالجة المشكلة ويشترط وجود بديلين على الأقل لأن اختيار بديل واحد بسبب أنه الوحيد لا يمثل اتخاذ قرار، ويمكن تسهيل عملية تقديم البدائل من خلال استخدام أسلوب يشجع على تقديم أكبر عدد من الأفكار الجديدة ويشترط في الحل البديل أن تكون له القدرة على حل المشكلة وأن يكون في حدود الموارد والإمكانات المتاحة.

ثالثا: تقييم البدائل :

يبدأ متخذ القرار بمقارنة البدائل المتاحة من حيث مزاياها وعيوبها ومساهمتها في تحقيق الهدف وحل المشكلة، ومن حيث ملاءمتها للظروف البيئية المحيطة بالمنظمة . وتعتبر مرحلة تقييم البدائل بطبيعتها عملية التنبؤ بالمستقبل، لان المزايا والعيوب لا تظهر إلا في المستقبل ويرى البعض أن هناك معوقات تمنع أو تحد من التعرف على نتائج كل بديل

وأهم هذه المعوقات هو نقص المعلومات، وطول الوقت وتعلق النتائج بالمستقبل وعملية التقييم هذه يجب أن تعتمد على مجموعة من المعايير (التكلفة، الوقت، درجة المخاطرة، الربح المتوقع) المرتبطة بالأهداف المحددة بشكل مسبق، كما يجب على متخذ القرار أن يراعي عند إجراء عملية التقييم والمفاضلة بين البدائل المتغيرات البيئية، الداخلية منها والخارجية.

رابعا: اختيار البديل الأفضل

تعتبر هذه الخطوة من أهم الخطوات ويتم من خلالها تحديد البديل الذي يحقق المعيار المحدد، أو يحقق الهدف المطلوب إنجازه في ضوء الظروف والإمكانيات الفعلية المتاحة، وهناك عدة عوامل تعتبر معوقات لاختيار البديل الأمثل منها

١- نقص البيانات والمعلومات اللازمة لتقييم كل بديل بدقة وموضوعية.

٢- ملائمة القرار المزمع اتخاذه بالقرارات السابقة وما سيترتب عليه من اثار.

٣- تأثر عملية اختيار البديل بشخصية متخذ القرار وبموضوع اتخاذ القرار.

خامسا: اتخاذ القرار

يعني ذلك تنفيذ القرار الذي تم اختياره ويجب مراعاة التالي عند تنفيذ القرار:

١- التأكد من وضوح القرار وأهدافه وتعريف كل منفذ بواجباته ومسئولياته وسلطاته وعلاقته بالآخرين ودوره ومكانه في تنفيذ القرار.

٢- التأكد من أن التنظيم الإداري بالمنظمة جيد وقادر على القيام بمسئولية التنفيذ وتتوافر لديه إمكانيات الاتصال.

٣- توفير المستلزمات المادية اللازمة، وقد يتطلب ذلك صدور عدد من القرارات الفرعية إلى جانب القرار الرئيسي.

٤- ترتيب مراحل وإجراءات التنفيذ طبقاً لتتابعها وأولوياتها، بحيث لا يبدأ في مرحلة إلا بعد تنفيذ المرحلة السابقة لها .

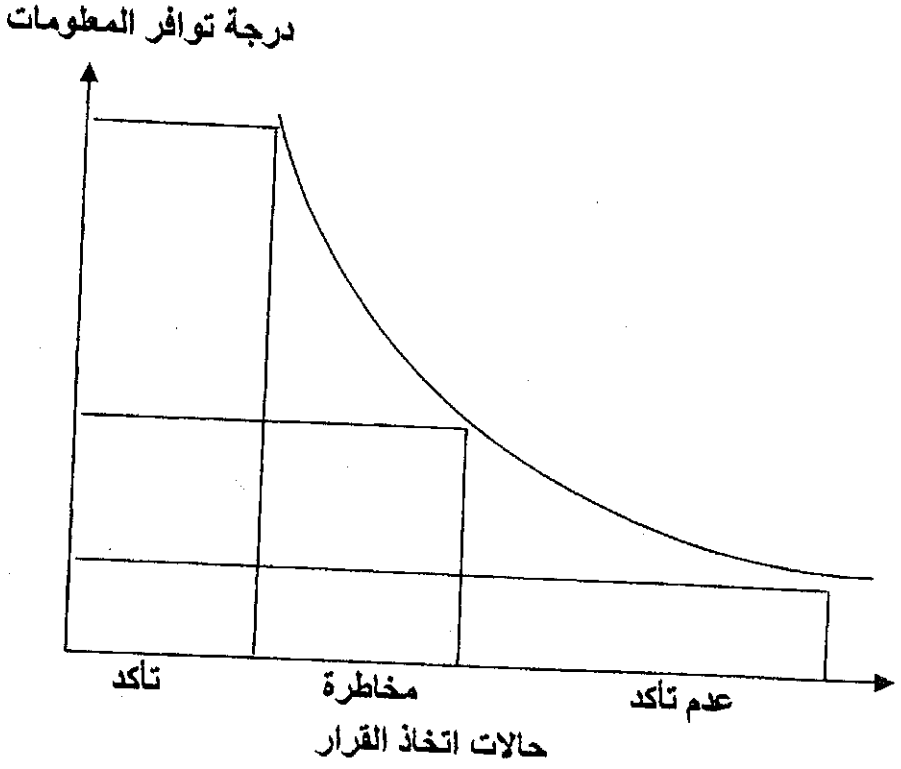
٥- تحديد المعايير اللازمة من حيث التكاليف والوقت والتي يمكن بها قياس نتائج التنفيذ .

سادسا: متابعة تنفيذ القرار

خلال تلك المرحلة يتم وضع خطة لمتابعة تنفيذ الحل الذي تم اختياره من قبل متخذ القرار، كما يتم تحديد الوقت الذي سيستغرقه تنفيذ الحل، ومراحل التنفيذ والطريقة التي سيتم بها تطبيق الحل والوسائل التي يمكن استعمالها لمراقبة التنفيذ والمعايير التي تقيس درجة نجاحه، بالإضافة إلى مراعاة ما قد يستجد من مشكلات أثناء الحل ووضع خطة مناسبة لمواجهتها وعلاجها.

النماذج المختلفة لاتخاذ القرار

تتعدد حالات اتخاذ القرار حسب درجة (نسبة) المعلومات المتاحة ويمكن تمثيل ذلك بيانياً من خلال الشكل التالي



شكل رقم (١) يوضح العلاقة بين درجة توافر المعلومات وأنواع حالات اتخاذ القرارت

كما يختلف النموذج الأكثر ملائمة حسب نوع البيئة المحيطة ومدي استقرارها، ويمكن تلخيص ذلك في الجدول التوضيحي التالي

نوع البيئة	بسيطة	معقدة
مستقرة	حالة التأكد	حالة المخاطرة
غير مستقرة	حالة مخاطرة / عدم تأكد	حالة عدم تأكد

كما يتضح من الجدول السابق، فإن حالة التأكد تكون فيها بيئة القرار (الظروف) مستقرة وبسيطة، حيث تحتوي على عدد قليل من العوامل والمؤثرات المتشابهة، والتي تبقى خلال فترة اتخاذ القرار وخلال تنفيذه، ويتم اتخاذ القرارات في حالة التأكد إذا ما كان هناك حالة واحدة للطبيعة لكل قرار، ويكون احتمال حدوث حالة الطبيعة في هذه الحالة مساوياً للواحد الصحيح، حيث في هذه الحالة تكون مشكلة اتخاذ القرار هي بمثابة اختيار البديل الذي يحقق أعلى ربح ،وتتحقق هذه الحالة حينما لا يكون هناك شك إطلاقاً بالنسبة للحدث المتوقع، وحينما يكون هناك ربح واحد للحدث الممكن حدوثه. وبالتالي في هذه الحالة تتكون مصفوفة الربح من عمودين أحدهما للبدائل والأخر للربح المتوقع ويمكن القول أن القرارات الروتينية تتصف بحالة التأكد، وكذلك في مجال الاستثمار يمكن القول أن قرار الاستثمار في شهادات الاستثمار يمكن أن يتخذ على ضوء معلومات كاملة وشبه مؤكدة عن الربح وتاريخ السداد وشروطه. وهذا يعني أن يكون لكل بديل أو تصرف نتيجة واحدة واحتمال واحد يكون متخذ القرار متأكد من نتيجة قراره، وبالتالي فهو يختار البديل الذي يصاحبه أفضل النتائج وهذه الحالة هي حالة نظرية بحتة وغير موجودة في الحياة العملية.

ولكن في حالة كون البيئة مستقرة ولكنها معقدة بمعني وجود أكثر من حالة طبيعة لا نعلم أي منها سيتحقق علي وجه الدقة أو بمعني اخر تحتوي البيئة على عدد كبير من العوامل والمؤثرات فبالتالي نكون بصدد التعامل مع حالة المخاطرة ولكن يتوافر لمتخذ القرار احتمالات مختلفة لكل حالة طبيعة موجودة.

أما إذا كانت البيئة المحيطة بالقرار غير مستقرة ولكنها بسيطة ففي هذه الحالة يمكن اللجوء لنماذج المخاطرة أو نماذج عدم التأكد.

أما إذا كانت البيئة المحيطة بالقرار غير مستقرة وتحتوي علي عوامل عديدة أي يتم التعامل مع بيئة معقدة ففي هذه الحالة يمكن اللجوء لنماذج عدم التأكد وتكون هي النماذج الأكثر ملاءمة.

١- نموذج التأكد : هنا يتوافر لمتخذ القرار معلومات كاملة عن المشكلة وما يتعلق بها من تفاصيل دقيقة مستقبلاً وهذا النموذج يعتبر من النماذج النادر حدوثها وقد لا نبالغ عندما نقر بأن هذا النموذج يعتبر نموذج غير واقعي حيث أننا نعيش دائماً في ظل بيانات غير مؤكدة بشكل كامل.

٢- نموذج المخاطرة : هنا يكون لدى متخذ القرار جزء من المعلومات حيث لا يعلم متخذ القرار بشكل قاطع أي من البدائل المختلفة هي التي ستحدث مستقبلاً الإ أنه يكون علي علم تام بإحتمالات حدوث كل بديل ، وهذا النوع من النماذج واقعي .

٣- نموذج عدم التأكد : هنا لا يتوافر لمتخذ القرار أية معلومات لتقدير احتمالات حدوث كل حالة طبيعة متوقع حدوثها، وتكون نسبة المخاطرة لتحديد البديل المناسب مرتفعة جداً .

معايير نماذج التأكد

في ظل حالة التأكد نكون بصدد التعامل مع

١- عدة بدائل (استراتيجيات).

٢- حالة طبيعة واحدة.

٣- عائد وحيد ومؤكد لكل استراتيجية.

في هذه الحالة من حالات اتخاذ القرار يتم اتخاذ القرار فى ظل توافر كافة المعلومات عن الظاهرة موضع القرار مع توافر درجة تأكد كاملة بالنسبه للنتائج.

مثال رقمي

بفرض أنه يوجد أمام شخص ما ثلاث بنوك يرغب في إيداع أمواله في أحد منها وبفرض أنه إذا وضع نقوده في البنك الأول سيحصل علي عائد مقداره ١٠ وحدات نقدية بينما إذا تم إيداع النقود بالبنك الثاني سيحصل علي عائد مقداره ٧ وحدات نقدية ، أما البنك الثالث فيعطي عائد مقداره ٥ وحدات نقدية عن نفس فترة الإيداع فما هو القرار الأمثل؟

حيث أننا في هذه الحالة يتم التعامل في ضوء معلومات كاملة وشبه مؤكدة عن الربح فمن المنطقي اختيار البديل الذي يحقق أعلي عائد وفي هذه الحالة يكون قرار الاستثمار في البنك الأول الذى يمنح عائد مقداره ١٠ وحدات نقدية هو القرار الأمثل.

معايير نموذج عدم التأكد

في ظل حالة عدم التأكد نكون بصدد التعامل مع

١ـ عدة بدائل (استراتيجيات).
٢ـ عدة حالات طبيعة مع عدم معرفة باحتمال حدوث كل حالة.
٣ـ أكثر من عائد لكل استراتيجية.

توجد عدة معايير يمكن الإستعانه بها لتحديد البديل الأمثل وهذه المعايير هي

١- معيار التفاؤل.
٢- معيار التشاؤم (Wald).
٣- معيار العقلانية (Laplace).
٤- معيار هيرويز.(Hurwitz)
٥- معيار الندم (savage).

وسوف يتم شرح المعايير السابقة من خلال مثال رقمي لمزيد من التوضيح.

مثال رقمي

بفرض أنه توجد ثلاث بدائل استثمارية أمام مستثمر ما وهي إما استثمار أمواله في مجال السندات وفي تلك الحالة يكون أمامه التعامل مع ثلاث ظروف اقتصادية ممكنة الحدوث وهي إما أن يحدث نمو اقتصادي مرتفع (رواج) وفي تلك الحالة سيحصل علي عائد قدره ١٤ وحدة نقدية أو تحدث حالة من الركود الإقتصادي فيحصل علي عائد من السندات يقدر بـ ٨ وحدات نقدية أو يحدث التضخم فيحصل علي عائد من السندات يقدر بـ ٤ وحدات نقدية ، أما البديل الثاني للاستثمار فهو الاستثمار في مجال الأسهم وهنا أيضاً أمام التعامل مع ثلاث ظروف اقتصادية ممكنة الحدوث وهي إما أن يحدث نمو اقتصادي مرتفع (رواج) وفي تلك الحالة سيحصل علي عائد قدره ٣,٨٥ وحدة نقدية أو تحدث حالة من الركود الإقتصادي فيحصل علي عائد من الأسهم يقدر بـ ٣,٣٠ وحدة نقدية أو يحدث التضخم فيحصل علي عائد من الأسهم يقدر بـ ٣ وحدات

نقدية ، أما البديل الثالث فهو إيداع أمواله بأحد البنوك وضمان الحصول علي عائد سنوي قدره ١٠ وحدات نقدية .

ومن الممكن تلخيص المشكلة السابقة في جدول (مصفوفة) القرارات التالية

	رواج	ركود	تضخم
استثمار في السندات	١٤	٨	٤
استثمار في الأسهم	٣,٨٥	٣,٣٠	٣
الاستثمار في الودائع البنكية	١٠	١٠	١٠

أولاً : معيار التفاؤل

هنا يسيطر علي سلوك متخذ القرار حالة من التفاؤل الشديد.

*إذا كنا بصدد التعامل مع عوائد (تدفقات داخلة) فالهدف يكون تعظيم أقصي عائد.

١ـ نختار أكبر رقم من كل خطة (بديل) .

٢ـ نختار أكبر الأرقام من الخطوة السابقة فيكون الحل الأمثل.

البدائل	حالات طبيعية			الأكبر في كل بديل
	رواج	ركود	تضخم	
سندات	١٤	٨	٤	١٤ أكبرهم
أسهم	٣,٨٥	٣,٣٠	٣	٣,٨٥
ودائع	١٠	١٠	١٠	١٠

القرار : يجب علي متخذ القرار اختيار البديل الأول وهو الاستثمار في السندات والذي يحقق أعلي عائد مقداره (١٤) طبقاً لمعيار التفاؤل المسيطر علي متخذ القرار.

* إذا كنا بصدد التعامل مع تكاليف أو خسائر (تدفقات خارجة) فيكون الهدف هو تخفيض أقل تكلفة.

١- نختار أقل تكلفة من كل خطة (بديل)

٢- نختار أقل رقم من الأرقام السابقة فيكون الحل الأمثل.

البدائل	حالات طبيعية			الأصغر من كل بديل
	رواج	ركود	تضخم	
سندات	١٤	٨	٤	٤
أسهم	٣,٨٥	٣,٣٠	٣	٣ أصغرهم
ودائع	١٠	١٠	١٠	١٠

القرار : يجب علي متخذ القرار اختيار البديل الثاني وهو الاستثمار في الأسهم والذي يحقق أقل تكلفة ممكنة مقدارها (٣) طبقاً لمعيار التفاؤل المسيطر علي متخذ القرار.

ثانياً : معيار التشاؤم

هنا يسيطر علي سلوك متخذ القرار حالة من التشاؤم الشديد.

*إذا كنا بصدد التعامل مع عوائد (تدفقات داخلة) فالهدف يكون تعظيم أدني عائد.

١ـ نختار أقل رقم من كل خطة (بديل) .

٢ـ نختار أكبر الأرقام من الخطوة السابقة فيكون الحل الأمثل.

البدائل	حالات طبيعية			الأصغر في كل بديل
	رواج	ركود	تضخم	
سندات	١٤	٨	٤	٤
أسهم	٣,٨٥	٣,٣٠	٣	٣
ودائع	١٠	١٠	١٠	١٠ أكبرهم

القرار : يجب علي متخذ القرار اختيار البديل الثالث وهو الاستثمار عن طريق الودائع والذي يحقق أعلي عائد مقداره (١٠) طبقاً لمعيار التشاؤم المسيطر علي متخذ القرار.

* إذا كنا بصدد التعامل مع تكاليف أو خسائر (تدفقات خارجة) فيكون الهدف هو تخفيض أكبر تكلفة.

١ـ نختار أكبر تكلفة من كل خطة (بديل)

٢ـ نختار أقل رقم من الأرقام السابقة فيكون الحل الأمثل.

البدائل	حالات طبيعية			الأكبر من كل بديل
	رواج	ركود	تضخم	
سندات	١٤	٨	٤	١٤
أسهم	٣,٨٥	٣,٣٠	٣	٣,٨٥ أصغرهم
ودائع	١٠	١٠	١٠	١٠

القرار : يجب علي متخذ القرار اختيار البديل الثاني وهو الاستثمار في الأسهم والذي يحقق أقل تكلفة ممكنة مقدارها (٣,٨٥) طبقاً لمعيار التشاؤم المسيطر علي متخذ القرار.

ثالثاً:معيار العقلانية (لابلاس) (معيار تساوي الاحتمالات)

قام العالم لابلاس بافتراض تساوي الاحتمالات لجميع حالات الطبيعة وبالتالي يمكن حساب احتمال كل حالة طبيعة بالمعادلة التالية

$$\text{احتمال كل حالة طبيعة} = \frac{١}{\text{عدد حالات الطبيعة}}$$

وعن طريق ذلك يتم حساب القيمة المتوقعة لكل بديل عن طريق ضرب قيم البديل في احتمالات حالات طبيعة.

*إذا كنا بصدد التعامل مع عوائد (تدفقات داخلة) فالهدف يكون تعظيم العائد المتوقع فبالتالي يتم اختيار البديل صاحب أكبر قيمة متوقعة للعائد.

* إذا كنا بصدد التعامل مع تكاليف أو خسائر (تدفقات خارجة) فيكون الهدف هو تخفيض التكاليف فبالتالي يتم اختيار البديل صاحب أقل قيمة متوقعة للتكلفة.

في البداية يتم حساب احتمال كل حالة طبيعة بالمعادلة

$$\text{احتمال كل حالة طبيعة} = \frac{١}{\text{عدد حالات الطبيعة}} = \frac{١}{٣} = ٠,٣٣$$

وبحساب القيمة المتوقعة لكل بديل عن طريق ضرب القيم المختلفة لعوائد البديل في احتمالات حالات الطبيعة المختلفة والتي يفترض أنها متساوية .

البدائل	حالات طبيعية			القيمة المتوقعة
	رواج	ركود	تضخم	
سندات	١٤	٨	٤	(١٤+٨+٤)÷٣=٨,٦٦
أسهم	٣,٨٥	٣,٣٠	٣	(٣,٨٥+٣,٣٠+٣)÷٣=٣,٣٨
ودائع	١٠	١٠	١٠	(١٠+١٠+١٠)÷٣=١٠

القرار

في حالة التعامل مع العوائد فإننا نختار البديل الثالث لأنه صاحب أكبر قيمة متوقعة للعوائد .

أما في حالة التعامل مع التكاليف أو الخسائر فإننا نختار البديل الثاني لأنه صاحب أقل قيمة متوقعة للتكلفة.

رابعاً : معيار هيرويز

قام العالم هيروز بوضع معادلة لحساب القيمة المتوقعة لكل بديل وهي

*إذا كنا بصدد التعامل مع عوائد (تدفقات داخلة) فالهدف يكون تعظيم العائد المتوقع فبالتالي يتم اختيار البديل صاحب أكبر قيمة متوقعة للعائد والتي يتم حسابها بالمعادلة التالية:

القيمة المتوقعة =(أكبر عائد للبديل × α) + أقل عائد للبديل × (١- α)

حيث

α = تعبر عن نسبة التفاؤل لدي متخذ القرار.

١ - α = تعبر عن نسبة التشاؤم لدي متخذ القرار.

ثم يتم اختيار البديل الذي يعطي أكبر قيمة متوقعة للعائد.

بفرض أن α = ٠,٧٠ فإن ١ - α = ٠,٣٠

البدائل	حالات طبيعية			القيمة المتوقعة
	رواج	ركود	تضخم	
سندات	١٤	٨	٤	٠,٣٠×٤+٠,٧٠×١٤=١١
أسهم	٣,٨٥	٣,٣٠	٣	٠,٣٠×٣+٠,٧٠×٣,٨٥=٣,٥٩٥
ودائع	١٠	١٠	١٠	٠,٣٠×١٠+٠,٧٠×١٠=١٠

القرار:

اختيار البديل الأول وهو الاستثمار في السندات والذي يحقق أعلي قيمة متوقعة للعائد =١١.

* إذا كنا بصدد التعامل مع تكاليف أو خسائر (تدفقات خارجة) فيكون الهدف هو تخفيض التكاليف فبالتالي يتم اختيار البديل صاحب أقل قيمة متوقعة للتكلفة والتي يتم حسابها بالمعادلة التالية:

القيمة المتوقعة =(أقل تكلفة للبديل ×α) + أكبر تكلفة للبديل × (١- α)

مع ملاحظة أنه إذا لم تحدد قيمة α فإنه يتم إفتراض أن

$$\alpha = ١ - \alpha = ٠,٥٠$$

بفرض أن α = ٠,٧٠ فإن ١- α = ٠,٣٠

البدائل	حالات طبيعية			القيمة المتوقعة
	رواج	ركود	تضخم	
سندات	١٤	٨	٤	٧=٠,٣٠×١٤+٠,٧٠×٤
أسهم	٣,٨٥	٣,٣٠	٣	٣,٢٥٥=٠,٣٠×٣,٨٥+٠,٧٠×٣
ودائع	١٠	١٠	١٠	١٠=٠,٣٠×١٠+٠,٧٠×١٠

القرار :

اختيار البديل الثاني وهو الاستثمار في الأسهم والذي يحقق أقل قيمة متوقعة للتكلفة = ٣,٢٥٥.

خامساً: معيار الندم (معيار savage)

طبقاً لهذا المعيار يحاول متخذ القرار تقليل تكلفة الندم على فقدان الفرصة نتيجة عدم تحقيق ربح كان ينبغي تحقيقه، أو تحمل تكاليف كان ينبغي تجنبها، ويعتبر العالم savage هو أول من وضع معيار الندم كأحد معايير نماذج عدم التأكد، ويتم تطبيق المعيار بتحويل مصفوفة العوائد إلى مصفوفة الأسف (الندم) (الفرصة البديلة).

*إذا كنا بصدد التعامل مع عوائد (تدفقات داخلة) فلتكوين مصفوفة الندم فإننا نقوم بطرح قيم كل عمود من أعلى قيمة فيه للحصول علي مصفوفة الندم ، ثم نقوم باختيار أعلي قيمة للندم أمام كل بديل ثم نختار البديل الذي يحقق أقل ندم.

تكوين مصفوفة الندم في حالة العوائد

البدائل	حالات طبيعية			أعلي ندم
	رواج	ركود	تضخم	
سندات	١٤-١٤=٠	١٠-٨ = ٢	١٠-٤ ٦=	٦
أسهم	١٤- ١٠,١٥=٣,٨٥	١٠- ٦,٧=٣,٣٠	١٠-٣= ٧	١٠,١٥
ودائع	١٤-١٠= ٤	١٠-١٠ = ٠	١٠-١٠ ٠=	٤ أقلهم ندماً

القرار

هو اختيار البديل الثالث وهو الاستثمار في الودائع لأنه القرار صاحب أقل ندم علي ضياع العائد.

* إذا كنا بصدد التعامل مع تكاليف أو خسائر فلتكوين مصفوفة الندم فإننا نقوم بطرح اقل تكلفة في كل عمود من باقي قيم العمود وبعد تكوين مصفوفة الندم نقوم باختيار أعلى ندم أمام كل بديل ويكون البديل الأفضل هو الذي يحقق اقل نـدم .

البدائل	حالات طبيعية			أعلي ندم
	رواج	ركود	تضخم	
سندات	١٠,١٥=٣,٨٥-١٤	٤,٧ = ٣,٣-٨	٣-٤ = ١	١٠,١٥
أسهم	٠=٣,٨٥-٣,٨٥	٠ = ٣,٣- ٣,٣	٣-٣ = ٠	٠ أقلهم
ودائع	٦,١٥ = ٣,٨٥-١٠	٦,٧ = ٣,٣-١٠	٣-١٠ = ٧	٧

القرار:هو اختيار البديل الثاني وهو الاستثمار في الأسهم لأنه القرار صاحب أقل ندم علي التكلفة التي كان يمكن تجنبها.

مثال شامل على مصفوفة العوائد

إذا كان لديك مصفوفة العائد الآتية:

البدائل	حالات طبيعية			
	م١	م٢	م٣	م٤
ن١	٥	١٠	١٨	٢٥
ن٢	٨	٧	٨	٢٣
ن٣	٢١	١٨	١٢	٢١
ن٤	٣٠	٢٢	١٩	١٥

المطلوب مساعدة متخذ القرار في اتخاذ قراره في ظل:

١. معيار أقصي الأقصي (التفاؤل الشديد لمتخذ القرار).
٢. معيار أدني الأدني (التشاؤم الشديد لمتخذ القرار).
٣. معيار لابلاس (تساوي الاحتمالات).
٤. معيار هيرويز. (بفرض أن $\alpha = ٠,٧$)
٥. معيار أدني الأقصي (سافج savage) (الندم).

الحـــل

١- معيار أقصي الأقصي (التفاؤل الشديد لمتخذ القرار)

طبقاً لهذا المعيار يتم اختيار أكبر رقم بكل صف (بديل) ثم نختار أكبرهم

البدائل	حالات طبيعية				الأكبر في كل صف
	م١	م٢	م٣	م٤	
ن١	٥	١٠	١٨	٢٥	٢٥
ن٢	٨	٧	٨	٢٣	٢٣
ن٣	٢١	١٨	١٢	٢١	٢١
ن٤	٣٠	٢٢	١٩	١٥	٣٠ أكبرهم

القرار : يجب علي متخذ القرار اختيار البديل ن٤ والذي يحقق عائد مقداره (٣٠) طبقاً لمعيار أقصي الأقصي وذلك طبقاً لمعيار التفاؤل المسيطر علي متخذ القرار.

٢ - معيار أدني الأدني (التشاؤم الشديد لمتخذ القرار)

طبقاً لهذا المعيار يتم اختيار أصغر رقم بكل صف (بديل) ثم نختار أصغرهم.

البدائل	حالات طبيعية				الأصغر في كل صف
	م١	م٢	م٣	م٤	
ن١	٥	١٠	١٨	٢٥	٥ أصغرهم
ن٢	٨	٧	٨	٢٣	٧
ن٣	٢١	١٨	١٢	٢١	١٢
ن٤	٣٠	٢٢	١٩	١٥	١٥

القرار : يجب علي متخذ القرار اختيار البديل ن١ والذي يحقق عائد مقداره (٥) طبقاً لمعيار أدني الأدني وذلك طبقاً لمعيار التشاؤم المسيطر علي متخذ القرار.

٣ - معيار لابلاس (تساوي الاحتمالات)

في البداية يتم حساب احتمال كل حالة طبيعة بالمعادلة

$$\text{احتمال كل حالة طبيعة} = \frac{1}{\text{عدد حالات الطبيعة}} = \frac{1}{4} = ٠,٢٥$$

وبحساب القيمة المتوقعة لكل بديل عن طريق ضرب القيم المختلفة لعوائد البديل في احتمالات حالات الطبيعة المختلفة والتي يفترض أنها متساوية

البدائل	حالات طبيعية				القيمة المتوقعة لكل بديل
	م١	م٢	م٣	م٤	
ن١	٥	١٠	١٨	٢٥	٠,٢٥×(٢٥+١٨+١٠+٥) = ١٤,٥
ن٢	٨	٧	٨	٢٣	٠,٢٥×(٢٣+٨+٧+٨) = ١١,٥
ن٣	٢١	١٨	١٢	٢١	٠,٢٥×(٢١+١٢+١٨+٢١) = ١٨
ن٤	٣٠	٢٢	١٩	١٥	٠,٢٥×(١٥+١٩+٢٢+٣٠) = ٢١,٥

القرار : يجب علي متخذ القرار اختيار البديل ن٤ والذي يحقق أكبر عائد متوقع مقداره (٢١,٥) طبقاً لمعيار لابلاس.

٤- معيار هيرويز (بفرض أن α = ٠,٧)

البدائل	حالات طبيعية				أكبر عائد للبديل	أقل عائد للبديل	القيمة المتوقعة
	م١	م٢	م٣	م٤			
ن١	٥	١٠	١٨	٢٥	٢٥	٥	١٩
ن٢	٨	٧	٨	٢٣	٢٣	٧	١٨,٢
ن٣	٢١	١٨	١٢	٢١	٢١	١٢	١٨,٣
ن٤	٣٠	٢٢	١٩	١٥	٣٠	١٥	٢٥,٥

وتم حساب القيمة المتوقعة لكل بديل تبعاً لمعيار هيروز كما بالمعادلة التالية

القيمة المتوقعة =(أكبر عائد للبديل × α) + أقل عائد للبديل × (١- α)

القيمة المتوقعة للبديل الأول = (٠,٧×٢٥)+(٠,٣×٥) = ١٩

القيمة المتوقعة للبديل الثاني = (٠,٧×٢٣)+(٠,٣×٧) = ١٨,٢

القيمة المتوقعة للبديل الثالث = (٠,٧×٢١)+(٠,٣×١٢) = ١٨,٣

القيمة المتوقعة للبديل الرابع = (٠,٧×٣٠)+(٠,٣×١٥) = ٢٥,٥

القرار : يجب علي متخذ القرار اختيار البديل ن٤ والذي يحقق أكبر عائد متوقع مقداره (٢٥,٥) طبقاً لمعيار هيرويز.

٥- معيار أدني الأقصي (سافج savage) (الندم)

لتطبيق هذا المعيار لابد في البداية تحويل مصفوفة العائد إلي مصفوفة الندم والتي يطلق عليها أحياناً مصفوفة الفرصة الضائعة وهي تتكون نتيجة بطرح قيم كل عمود (حالة طبيعية) من أكبر رقم بالعمود ثم يتم اختيار أكبر رقم من كل بديل ثم اختيار أصغرهم.

تكوين مصفوفة الندم

البدائل	حالات طبيعية				الأكبر من كل صف (بديل)
	م١	م٢	م٣	م٤	
ن١	-٣٠ ٢٥=٥	-٢٢ ١٢=١٠	-١٩ ١=١٨	-٢٥ ٠=٢٥	٢٥
ن٢	-٣٠ ٢٢=٨	-٢٢ ١٥=٧	-١٩ ١١=٨	-٢٥ ٢=٢٣	٢٢
ن٣	-٣٠ ٩=٢١	-٢٢ ٤=١٨	-١٩ ٧=١٢	-٢٥ ٤=٢١	٩ أصغرهم
ن٤	-٣٠ ٠=٣٠	-٢٢ ٠=٢٢	-١٩ ٠=١٩	-٢٥ ١٠=١٥	١٠

القرار : يجب علي متخذ القرار اختيار البديل ن٣ والذي يحقق أقل خسارة عرضية ضائعة طبقاً لمعيار هيروز.

مثال شامل علي مصفوفة التكاليف (الخسائر)

إذا كان لديك مصفوفة التكاليف الآتية:

البدائل	حالات طبيعية		
	م١	م٢	م٣
ن١	٥٠	٨٠	٢٠
ن٢	٤٠	٩٠	٨٠
ن٣	٦٠	٥٠	٤٠

المطلوب مساعدة متخذ القرار في اتخاذ قراره في ظل

١. معيار أدني الأدني (التفاؤل الشديد لمتخذ القرار).
٢. معيار أقصي الأقصي (التشاؤم الشديد لمتخذ القرار).
٣. معيار لابلاس (تساوي الاحتمالات).
٤. معيار هيرويز. (بفرض أن $\alpha = ٠,٧$)
٥. معيار أدني الأقصي (سافج savage) (الندم).

الحـــل

١ - معيار أدني الأدني (التفاؤل الشديد)

طبقاً لهذا المعيار يتم اختيار أصغر رقم بكل صف (بديل) ثم نختار أصغرهم.

البدائل	حالات طبيعية			أصغر رقم بكل بديل
	م١	م٢	م٣	
ن١	٥٠	٨٠	٢٠	٢٠ أصغرهم
ن٢	٤٠	٩٠	٨٠	٤٠
ن٣	٦٠	٥٠	٤٠	٤٠

القرار : يجب علي متخذ القرار اختيار البديل ن١ والذي يحقق أقل تكلفة ممكنة مقدارها (٢٠) طبقاً لمعيار أدني الأدني وذلك طبقاً لمعيار التفاؤل المسيطر علي متخذ القرار.

٢ - معيار أقصي الأقصي (التشاؤم الشديد)

طبقاً لهذا المعيار يتم اختيار أكبر رقم بكل صف (بديل) ثم نختار أكبرهم .

البدائل	حالات طبيعية			أكبر رقم بكل بديل
	م١	م٢	م٣	
ن١	٥٠	٨٠	٢٠	٨٠
ن٢	٤٠	٩٠	٨٠	٩٠ أكبرهم
ن٣	٦٠	٥٠	٤٠	٦٠

القرار : يجب علي متخذ القرار اختيار البديل ن٢ والذي يحقق أعلي تكلفة ممكنة مقدارها (٩٠) طبقاً لمعيار أقصي الأقصي وذلك طبقاً لمعيار التشاؤم المسيطر علي متخذ القرار.

٣ - معيار لابلاس (تساوي الاحتمالات)

في البداية يتم حساب احتمال كل حالة طبيعة بالمعادلة

$$\text{احتمال كل حالة طبيعة} = \frac{١}{\text{عدد حالات الطبيعة}} = \frac{١}{٣} = ٠,٣٣$$

وبحساب القيمة المتوقعة لكل بديل عن طريق ضرب القيم المختلفة لعوائد البديل في احتمالات حالات الطبيعة المختلفة والتي يفترض أنها متساوية .

البدائل	حالات طبيعية			القيمة المتوقعة لكل بديل
	م١	م٢	م٣	
ن١	٥٠	٨٠	٢٠	(٥٠+٨٠+٢٠)÷٣= ٥٠
ن٢	٤٠	٩٠	٨٠	(٤٠+٩٠+٨٠)÷٣=٧٠
ن٣	٦٠	٥٠	٤٠	(٦٠+٥٠+٤٠)÷٣=٥٠

القرار : يجب علي متخذ القرار اختيار البديل ن١ أو البديل ن٣ والذي يحققا أقل تكلفة ممكنة مقدارها (٥٠) طبقاً لمعيار لابلاس بافتراض تساوي الاحتمالات.

٤- معيار هيرويز

حيث أن المصفوفة المستخدمة هي مصفوفة تكاليف والتي يتم حساب القيمة المتوقعة تبعاً لمعيار هيرويز كما بالمعادلة التالية:

القيمة المتوقعة =(أقل تكلفة للبديل × α) + أكبر تكلفة للبديل × (١- α)

بفرض أن α = ٠,٧٠ فإن ١- α = ٠,٣٠

البدائل	حالات طبيعية			القيمة المتوقعة
	رواج	ركود	تضخم	
ن١	٥٠	٨٠	٢٠	٠,٣٠×٨٠+٠,٧٠×٢٠ =٣٨
ن٢	٤٠	٩٠	٨٠	٠,٣٠×٩٠+٠,٧٠×٤٠ =٥٥
ن٣	٦٠	٥٠	٤٠	٠,٣٠×٦٠+٠,٧٠×٤٠ =٤٦

القرار: اختيار البديل ن١ الذي يحقق أقل قيمة متوقعة ٣٨.

٥- معيار أدني الأقصي (سافج savage) (الندم)

لتطبيق هذا المعيار لابد في البداية تحويل مصفوفة التكاليف إلي مصفوفة الندم والتي يطلق عليها أحياناً مصفوفة الفرصة الضائعة وهي تتكون نتيجة بطرح قيم كل عمود (حالة طبيعة) من أصغر رقم بالعمود ثم يتم اختيار أكبر رقم من كل بديل ثم اختيار أصغرهم.

تكوين مصفوفة الندم

البدائل	حالات طبيعية			الأكبر من كل صف (بديل)
	م١	م٢	م٣	
ن١	-٥٠ ٤٠=١٠	-٨٠ ٥٠=٣٠	٢٠-٢٠=٠	٣٠
ن٢	٤٠-٤٠=٠	-٩٠ ٥٠=٤٠	-٨٠ ٢٠=٦٠	٦٠
ن٣	-٦٠ ٤٠=٢٠	٥٠-٥٠=٠	-٤٠ ٢٠=٢٠	٢٠ أصغرهم

القرار : يجب علي متخذ القرار اختيار البديل ن٣ والذي يحقق أقل خسارة عرضية ضائعة طبقاً لمعيار سافج.

معايير نموذج المخاطرة

يعتبر نموذج المخاطرة من أكثر النماذج الواقعية والممكنة الحدوث في الحياة العملية لأن حياتنا قائمة علي كثير من مفاهيم الاحتمالات ومن ضمن المعايير المستخدمة في تلك النموذج

١- معيار القيمة النقدية المتوقعة

٢- معيار القيمة المتوقعة مع تباين مشترك

٣- معيار معامل الاختلاف

١- معيار القيمة النقدية المتوقعة

يتم حساب القيمة المتوقعة لكل بديل أو لكل حالة طبيعة بالمعادلة التالية:

القيمة المتوقعة لكل بديل = مجموع (العائد × احتماله)

ويتم اتخاذ القرار بناء علي

- إذا كانت المصفوفة هي مصفوفة عوائد(أرباح) نختار البديل صاحب أكبر قيمة متوقعة.
- إذا كانت المصفوفة هي مصفوفة تكاليف(خسائر) نختار البديل صاحب أقل قيمة متوقعة.

٢ ـ معيار القيمة المتوقعة مع تباين مشترك

يتم حساب القيمة المتوقعة لكل بديل (ق م) أو لكل حالة طبيعة في حالة وجود تباين مشترك بالمعادلة التالية:

$$\text{ق}_م \text{ لكل بديل} = \text{ق}_م \text{ السابقة} \pm \text{ك } (\text{ق}_م \text{ للتباين})$$

حيث ك مقدار ثابت يحدد مسبقا من جانب متخذ القرار

$$\text{ق}_م \text{ للتباين} = \text{مجـ } (\text{مربع كل عائد} \times \text{احتماله}) - \text{مربع ق}_م \text{ للبديل}$$

٣- معيار معامل الاختلاف

$$\text{معامل الاختلاف} = \frac{\text{الانحراف المعياري}}{\text{الوسط الحسابي}} \times ١٠٠$$

طبقاً لهذا المعيار نختار البديل صاحب أقل معامل اختلاف ليعبر عن المخاطرة الأقل، ويفضل استخدام معيار معامل الاختلاف في حالة اتخاذ القرارات علي المدي الطويل.

تمرين

تعبر مصفوفة العوائد التالية عن الأرباح لثلاث خطط تسويقية وهي منح هدايا مجانية أو منح منتجات مخفضة أو منح برنامج لجمع النقاط عند شراء المنتج وذلك باحتمالات حالات طبيعة وهي رواج السوق باحتمال ٢٠% أو حدوث ركود في السوق باحتمال ٧٠% أو حدوث تضخم بالسوق باحتمال ١٠% كما في المصفوفة

	رواج	ركود	تضخم
احتمالات حالات الطبيعة	٠,٢٠	٠,٧٠	٠,١٠
هدايا مجانية	٥٠	٤٠	٣٠
منتجات مخفضة	٤٠	٤٥	٣٥
برنامج لجمع النقاط	٧٠	٥٠	٥٥

المطلوب تحديد خطة التسويق المثلي لهذا المنتج باستخدام

١ـ معيار القيمة النقدية المتوقعة

٢ـ معيار القيمة المتوقعة مع تباين مشترك (ك = ٢)

٣ـ معيار معامل الاختلاف

الحـــــــل

أولا: الحل بمعيار القيمة النقدية المتوقعة

القيمة المتوقعة لكل بديل = مجموع (العائد × احتماله)

القيمة المتوقعة للبديل الأول (الهدايا المجانية)

= (٥٠×٠,٢٠ + ٤٠×٠,٧٠ + ٣٠×٠,١٠) = ٤١

القيمة المتوقعة للبديل الثاني (المنتجات المخفضة)

= (٤٠×٠,٢٠ + ٤٥×٠,٧٠ + ٣٥×٠,١٠) = ٤٣

القيمة المتوقعة للبديل الثالث (برنامج جمع النقاط)

= (٧٠×٠,٢٠ + ٥٠×٠,٧٠ + ٥٥×٠,١٠) = ٥٤,٥

القرار الأمثل : حيث أن المصفوفة المعطاة هي مصفوفة عوائد (ربح) فإن القرار الأمثل هو صاحب أكبر قيمة متوقعة وبالتالي فالبديل الأمثل هو الاعتماد علي بديل برنامج جمع النقاط كخطة تسويقية مثلي لأنه يعطي أكبر قيمة متوقعة وهي ٥٤,٥.

ثانيا: الحل بمعيار القيمة المتوقعة مع تباين مشترك(ك=٢)

ق٫م للتباين = مجـ (مربع كل عائد×احتماله) – مربع ق٫م للبديل

القيمة المتوقعة لبديل الهدايا المجانية =

= (٥٠٢× ٠,٢٠ + ٤٠٢× ٠,٧٠ + ٣٠٢× ٠,١٠)- (٤١)٢ = ٢٩

القيمة المتوقعة لبديل المنتجات المخفضة=

= (٤٠٢× ٠,٢٠ + ٤٥٢× ٠,٧٠ + ٣٥٢× ٠,١٠)- (٤٣)٢ = ١١

القيمة المتوقعة لبديل برنامج جمع النقاط =

= (٧٠٢× ٠,٢٠ + ٥٠٢× ٠,٧٠ + ٥٥٢× ٠,١٠)- (٥٤,٥)٢ =٦٢,٢٥

ق٫م لكل بديل = ق٫م ± ك (ق٫م للتباين)

القيمة المتوقعة لبديل الهدايا المجانية = ٤١ + ٢×٢٩ = ٩٩

القيمة المتوقعة لبديل المنتجات المخفضة = ٤٣ + ٢×١١ = ٦٥

القيمة المتوقعة لبرنامج جمع النقاط= ٥٤,٥ + ٢×٦٢,٢٥ = ١٧٩

القرار الأمثل : حيث أن المصفوفة المعطاة هي مصفوفة عوائد (ربح) فإن القرار الأمثل هو صاحب أكبر قيمة متوقعة وبالتالي فالبديل الأمثل هو الاعتماد علي بديل برنامج جمع النقاط كخطة تسويقية مثلي لأنه يعطي أكبر قيمة متوقعة مع تباين مشترك وهي ١٧٩.

ثالثا : معيار معامل الاختلاف

$$\text{معامل الاختلاف} = \frac{\text{الانحراف المعياري}}{\text{الوسط الحسابي}} \times ١٠٠$$

بالنسبة للبديل الأول (الهدايا المجانية)

الوسط الحسابي له = القيمة المتوقعة له = ٤١

ويتم حساب الانحراف المعياري له كما في الجدول التالي

الاحتمال	العائد	العائد - قم	الاحتمال × (العائد- قم)^{٢}
٠,٢٠	٥٠	٥٠-٤١ = ٩	٠,٢٠ × $٩^{٢}$ = ١٦,٢
٠,٧٠	٤٠	٤٠-٤١ = -١	٠,٧٠ × $(-١)^{٢}$ = ٠,٧٠
٠,١٠	٣٠	٣٠-٤١ = -١١	٠,١٠ × $(-١١)^{٢}$ = ١٢,١
١			التباين = ٢٩

$$\text{الانحراف المعياري} = \sqrt{\text{التباين}} = \sqrt{٢٩} = ٢,٣٢$$

$$\text{معامل الاختلاف} = \frac{\text{الانحراف المعياري}}{\text{الوسط الحسابي}} \times ١٠٠$$

$$\text{معامل الاختلاف} = \frac{٢,٣٢}{٤١} \times ١٠٠ = ٥,٦٥\ \%$$

بالنسبة للبديل الثاني (المنتجات المخفضة)

الوسط الحسابي له = القيمة المتوقعة له = ٤٣

ويتم حساب الانحراف المعياري له كما في الجدول التالي

الاحتمال	العائد	العائد - قم	الاحتمال × (العائد- قم)^{٢}
٠,٢٠	٤٠	٤٠ -٤٣ = -٣	٠,٢٠ × (-٣)^{٢} = ١,٨
٠,٧٠	٤٥	٤٥-٤٣ = ٢	٠,٧٠ × (٢)^{٢} = ٢,٨
٠,١٠	٣٥	٣٥-٤٣ = -٨	٠,١٠ × (-٨)^{٢} = ٦,٤
١			التباين = ١١

الانحراف المعياري = $\sqrt{\text{التباين}}$ = $\sqrt{١١}$ = ١,٨٢

معامل الاختلاف = $\frac{١,٨٢}{٤٣}$ × ١٠٠ = ٤,٢٣ %

بالنسبة للبديل الثالث (برنامج جمع النقاط)

الوسط الحسابي له = القيمة المتوقعة له = ٥٤,٥

ويتم حساب الانحراف المعياري له كما في الجدول التالي

الاحتمال	العائد	العائد - قم	الاحتمال × (العائد- قم)^{٢}
٠,٢٠	٧٠	٧٠-٥٤,٥ = ١٥,٥	٠,٢٠×(١٥,٥)^{٢}=٤٨,٠٥
٠,٧٠	٥٠	٥٠-٥٤,٥= -٤,٥	٠,٧٠×(-٤,٥)^{٢} =١٤,١٧٥
٠,١٠	٥٥	٥٥-٥٤,٥ = ٠,٥	٠,١٠×(٠,٥)^{٢}=٠,٠٢٥
١			التباين = ٦٢,٢٥

الانحراف المعياري = $\sqrt{\text{التباين}}$ = $\sqrt{٦٢,٢٥}$ = ٧,٨٨

معامل الاختلاف = $\frac{٧,٨٨}{٥٤,٥} \times ١٠٠ = ١٤,٤٥\%$

القرار الأمثل : حيث أن المصفوفة المعطاة هي مصفوفة عوائد (ربح) فإن القرار الأمثل هو صاحب أقل معامل اختلاف لأنها تعبر عن حجم المخاطرة وبالتالي فالبديل الأمثل هو الاعتماد علي بديل برنامج المنتجات المخفضة كخطة تسويقية مثلي لأنه يعطي أقل معامل اختلاف = ٤,٢٣%.

مثال

لديك البيانات التالية

مشروع س		مشروع ص	
العائد	الاحتمال	العائد	الاحتمال
٥٠٠٠	٠,٣	١٣٠٠٠	٠,٤
١٨٠٠٠	٠,٦	١٦٠٠٠	٠,٣
٢١٠٠٠	٠,١	١٩٠٠٠	٠,٣

أي المشروعين أفضل علي المدى الطويل؟

الحـــــــل

لمعرف أيهما أفضل علي المدى الطويل لابد من حساب معامل الاختلاف لكل منهما

بالنسبة للمشروع (س)

القيمة المتوقعة (الوسط الحسابي) = مجـ (العائد × احتماله)

= ٠,٣×٥٠٠٠ + ٠,٦×١٨٠٠٠ + ٠,١×٢١٠٠٠ = ١٤٤٠٠

التباين = مجـ (مربع كل عائد×احتماله) – مربع ق م للبديل

التباين = (٥٠٠٠)^{٢}×٠,٣ + (١٨٠٠٠)^{٢}×٠,٦ +

(٢١٠٠٠)^{٢}×٠,١ – (١٤٤٠٠)^{٢} = ٣٨٦٤٠٠٠٠

ومنها الانحراف المعياري = جذر التباين = ٦٢١٦,١

معامل الاختلاف = $\frac{\text{الانحراف المعياري}}{\text{الوسط الحسابي}} \times ١٠٠$

معامل الاختلاف = $\frac{٦٢١٦,١}{١٤٤٠٠} \times ١٠٠ = ٤٣,١٦\%$

بالنسبة للمشروع (ص)

القيمة المتوقعة (الوسط الحسابي) == مجـ (العائد × احتماله)

=١٣٠٠٠×٠,٤ + ١٦٠٠٠×٠,٣ + ١٩٠٠٠×٠,٣ =١٥٧٠٠

التباين = مجـ (مربع كل عائد×احتماله) – مربع ق م للبديل

التباين =(١٣٠٠٠)^{٢}×٠,٤+(١٦٠٠٠)^{٢}×٠,٣+(١٩٠٠٠)^{٢}×٠,٣
– (١٥٧٠٠)^{٢} =٦٢١٠٠٠٠

ومنها الانحراف المعياري = جذر التباين= ٢٤٩١,٩

معامل الاختلاف = $\frac{\text{الانحراف المعياري}}{\text{الوسط الحسابي}} \times ١٠٠$

معامل الاختلاف = $\frac{٢٤١٩,٩}{١٥٧٠٠} \times ١٠٠ = ١٥,٤١\%$

القرار الأمثل علي المدى الطويل

هو المشروع ص لأنه صاحب أقل معامل اختلاف ١٥,٤١%

مثال

لديك ١٠٠٠٠ جنيه ولديك عدة بدائل لاستثمار هذا المبلغ وهم

البديل الأول : إيداع المبلغ بالبنك لمدة سنة بمعدل فائدة بسيطة ٨% سنوياً .

البديل الثاني : شراء أسهم وهنا نجد انه إذا حدث رواج سترتفع أسعار الأسهم بنسبة ١٥% وتحصل علي أرباح كوبونات ١٧٠٠جنيه ،بينما لو ظل الاقتصاد ساكن سترتفع أسعار الأسهم بنسبة ٧% وتحصل علي أرباح ٨٠٠ جنيه ، بينما لو حدث انكماش سوف تنخفض أسعار الأسهم بنسبة ١١%.

البديل الثالث : شراء أرض ومع الرواج سيرتفع ثمن الأرض بنسبة ٢٠% أما في السكون سترتفع ثمنها بنسبة ١٢ % ومع الانكماش ستنخفض ثمنها بنسبة ٢٠% ويقدر الخبراء أن احتمال الرواج= ٠,٢٥ ، احتمال السكون= ٠,٤٠ ، احتمال الانكماش= ٠,٣٥.

المطلوب :

١- اتخاذ القرار الأمثل تبعاً لمعيار القيمة النقدية المتوقعة؟

٢- ما هي القيمة المتوقعة للمعلومات الكاملة؟

الحـــــل

لتكوين مصفوفة عائد التفضيل يتم حساب عائد كل بديل علي حدة تبعاً لظروف الاقتصاد (حالات الطبيعة)

البديل الأول إيداع ١٠٠٠٠٠جنيه في البنك لمدة سنة بمعدل٨ %

العائد = المبلغ × المعدل × المدة بالسنوات

العائد = ١٠٠٠٠٠ × ٨% × ١ = ٨٠٠٠ جنيه

وهذا العائد ثابت في جميع ظروف الاقتصاد سواء في الرواج أو السكون أو الانكماش.

البديل الثاني: شراء أسهم

*حالة الرواج = ١٠٠٠٠٠×١٥% = ١٥٠٠٠+١٧٠٠ أرباح = ١٦٧٠٠ جنيه

*حالة السكون =١٠٠٠٠٠×٧%=٧٠٠٠+٨٠٠ أرباح =٧٨٠٠جنيه

*حالة الانكماش= ١٠٠٠٠٠ × ١١% =(-١١٠٠٠جنيه) وتم وضع الإشارة السالبة لأننا بصدد التعامل مع خسارة.

البديل الثالث : شراء الأرض

*حالة الرواج = ١٠٠٠٠٠ × ٢٠% = ٢٠٠٠٠جنيه

*حالة السكون = ١٠٠٠٠٠×١٢% =١٢٠٠٠ جنيه

*حالة الانكماش = ١٠٠٠٠٠× ٢٠% = (-٢٠٠٠٠جنيه) لأنها خسارة

تكوين مصفوفة عائد التفضيل

	٠,٢٥	٠,٤٠	٠,٣٥
الإيداع بالبنك	٨٠٠٠	٨٠٠٠	٨٠٠٠
شراء الأسهم	١٦٧٠٠	٧٨٠٠	١١٠٠٠-
شراء الأرض	٢٠٠٠٠	١٢٠٠٠	٢٠٠٠٠-

ولحساب القيمة المتوقعة لكل بديل

القيمة المتوقعة للبديل الأول (إيداع الأموال بالبنك بفائدة ٨%)

=(٠,٣٥×٨٠٠٠+٠,٤٠×٨٠٠٠+٠,٢٥×٨٠٠٠)= ٨٠٠٠ جنيه

القيمة المتوقعة للبديل الثاني (الاستثمار عن طريق شراء أسهم)

=(٠,٣٥×١١٠٠٠-٠,٤٠×٧٨٠٠+٠,٢٥×١٦٧٠٠)= ٣٤٤٥ جنيه

القيمة المتوقعة للبديل الثالث (الاستثمار عن طريق شراء الأرض)

=(٠,٣٥×٢٠٠٠٠-٠,٤٠×١٢٠٠٠+٠,٢٥×٢٠٠٠٠)= ٢٨٠٠ جنيه

القرار اختيار البديل الأول وهو الإيداع بالبنك لأنه صاحب أكبر قيمة نقدية متوقعة

المطلوب الثاني

القيمة المتوقعة للمعلومات الكاملة = العائد المتوقع في ظل التأكد الكامل - العائد المتوقع في ظل عدم التأكد

العائد المتوقع في ظل التأكد الكامل = أكبر عائد لكل حالة طبيعة في مصفوفة عائد التفضيل × احتمالات حالة طبيعتها.

العائد المتوقع في ظل التأكد الكامل =

= ٠,٢٥ × ٢٠٠٠٠ + ٠,٤٠×١٢٠٠٠ + ٠,٣٥ ×٨٠٠٠ =

١٢٦٠٠جنيه

العائد المتوقع في ظل عدم التأكد هو عائد الخطة المثلي في ظل الاحتمالات = ٨٠٠٠ جنيه

القيمة المتوقعة للمعلومات الكاملة = ١٢٦٠٠ - ٨٠٠٠ =

٤٦٠٠ جنيه.

جدير بالذكر أنه يجب ملاحظة أن القيمة المتوقعة للمعلومات الكاملة = القيمة المتوقعة للفرصة الضائعة للخطة المثلي.

وللتأكد من ذلك يمكن حساب مصفوفة الندم (الفرصة الضائعة) كما سبق وأن بينا

	رواج ٠,٢٥	سكون ٠,٤٠	انكماش٠,٣٥
ايداع بنك	٢٠٠٠٠-٨٠٠٠ = ١٢٠٠٠	١٢٠٠٠- ٨٠٠٠= ٤٠٠٠	٨٠٠٠ – ٨٠٠٠ = صفر
شراء اسهم	٢٠٠٠٠- = ١٦٧٠٠ ٣٣٠٠	١٢٠٠٠-٧٨٠٠ = ٤٢٠٠	٨٠٠٠- (-١١٠٠٠) = ١٩٠٠٠
شراء أرض	٢٠٠٠٠- ٢٠٠٠٠ = ٠	١٢٠٠٠- ١٢٠٠٠ = ٠	٨٠٠٠- (-٢٠٠٠) = ٢٨٠٠٠

القيمة المتوقعة للندم لكل بديل

القيمة المتوقعة للندم للبديل الأول

=(٠,٢٥×١٢٠٠٠+٠,٤٠×٤٠٠٠+٠,٣٥×صفر) = ٤٦٠٠ جنيه

القيمة المتوقعة للندم للبديل الثاني

=(٠,٢٥×٣٣٠٠+٠,٤٠×٤٢٠٠+٠,٣٥×١٩٠٠٠) = ٩٤٠٥ جنيه

القيمة المتوقعة للندم للبديل الثالث

=(٠,٢٥×٠+٠,٤٠×٠+٠,٣٥×٢٨٠٠٠) = ٩٨٠٠ جنيه

القرار هو اختيار البديل الأول لأنه صاحب أقل قيمة متوقعة للندم = ٤٦٠٠ جنيه وهي تساوي أيضاً القيمة المتوقعة للمعلومات الكاملة.

استخدام نظرية بايز وتوزيع ذو الحدين في اتخاذ القرارات.

يتم استخدام نظرية بايز عندما تتوافر احتمالات مبدئية لحالات الطبيعة وتسمي هذه الاحتمالات بإسم الاحتمالات القبلية، ثم تتوافر بعد فترة ما معلومات أخري عن طريقها يمكن الحصول علي احتمالات جديدة لحالات الطبيعة تسمي هذه الاحتمالات بإسم الاحتمالات البعدية ويتم الحصول علي هذه الاحتمالات البعدية عن طريق تطبيق توزيع ذو الحدين.

قانون نظرية بايز

$$ح(ل / ب) = \frac{ح(ل) \times ح(ب / ل)}{مجـ ح(ل) \times ح(ب / ل)}$$

حيث ح(ل) هي الاحتمالات المبدئية أو القبلية المعطاة في بداية التمرين

ح (ب / ل) هو الاحتمال المشروط وهو احتمال يتم حسابه بتطبيق قانون توزيع ذو الحدين لكل حالة طبيعة ويخضع توزيع ذو الحدين للقانون التالي

$$ح(س) = \frac{ن!}{س!\,(ن - س)!} \times ح^{س} \times (١-ح)^{ن-س}$$

حيث

ن تعبر عن حجم العينة

س تعبر عن عدد الأشخاص الموافقون علي المطلوب

ح تعبر عن احتمال النجاح في الحصول علي المطلوب

ويتم حل تمارين نظرية بايز بعمل جدول كالتالي

حالة الطبيعة	الاحتمال القبلي	الاحتمال المشروط	الاحتمال المشترك	الاحتمال البعدي
ل١ ل٢ ..	معطي بالتمرين	يحسب من قانون توزيع ذو الحدين	= الاحتمال القبلي× الاحتمال المشروط	= كل احتمال مشترك ÷مجموعه الكلي

تمرين

يرغب أحد البنوك في افتتاح فرع جديد بالقاهرة الجديدة وتقدر تكاليف افتتاح هذا الفرع في العام الأول بـ ٣٠٠٠٠ جنيه ، ويقدر البنك أن أرباح الفرع في العام الأول ١٥٠٠٠٠ إذا استحوذ البنك علي ٤٠% من المعاملات في القاهرة الجديدة، بينما ستكون الأرباح ٦٠٠٠٠ إذا استحوذ علي ٢٠% من المعاملات وستكون الخسارة ٣٠٠٠٠ إذا حصل علي ١٠% فقط من المعاملات ، ويقدر الخبراء أن احتمال استحواذ البنك علي ٤٠% من المعاملات هو ٠,٢٠ بينما احتمال استحواذ البنك علي ٢٠% من المعاملات هو ٠,٣٠ والمطلوب

- اتخاذ القرار المناسب من إدارة البنك بفتح الفرع من عدمه
- إذا تم استطلاع للرأي واختيرت عينة من ٩ من رجال الأعمال بالقاهرة الجديدة وأوضح ثلاثة منهم أنهم سوف يتعاملان مع البنك في أعمالهم المصرفية فهل سيتغير قرار إدارة البنك؟

الحـــــــــل

لدينا خطتين ١ - افتتاح فرع البنك ٢- عدم افتتاح فرع البنك

ولدينا ٣ حالات طبيعة

١ – استحواذ البنك علي ٤٠% من المعاملات ونرمز لها بـ (ل١)
٢ - استحواذ البنك علي ٢٠% من المعاملات ونرمز لها بـ (ل٢)
٣ - استحواذ البنك علي ١٠% من المعاملات ونرمز لها بـ (ل٣)
ويمكن تمثيل ذلك بمصفوفة العائد التالية

	ل١	ل٢	ل٣
إنشاء الفرع	١٥٠٠٠٠	٦٠٠٠٠	(٣٠٠٠٠)
عدم إنشاء الفرع	٠	٠	٠

العائـــد المتوقـــع للخطـــة الأولـــي = ١٥٠٠٠٠×٠,٢٠ +
٦٠٠٠٠×٠,٣٠ – ٣٠٠٠٠×٠,٥٠ = ٣٣٠٠٠
ولكن توجد تكلفة للفرع في العام الأول (٣٠٠٠٠)
فإن صافي العائد = ٣٣٠٠٠ – ٣٠٠٠٠ = ٣٠٠٠ جنيه
العائد المتوقع من الخطة الثانية = صفر جنيه

القرار الأمثل : هو الخطة الأولي أي ننصح إدارة البنك بانشاء الفرع.

<u>وبعد استطلاع الرأي والحصول على معلومات جديدة</u>

نستخدم توزيع ذو الحدين ونظرية بايز

قانون ذو الحدين

$$ح(س) = \frac{ن!}{س!\,(ن-س)!} \times ح^{س} \times (١-ح)^{ن-س}$$

حيث حجم العينة ن = ٩ أشخاص

عدد الأشخاص الموافقون علي فتح الفرع س = ٣ أشخاص

احتمال النجاح (احتمال استحواذ البنك علي المعاملات) = ٤٠% ، ٢٠% ، ١٠% فنطبق القانون ٣ مرات كل مرة باحتمال مختلف حسب حالة الطبيعة المستخدمة

الاحتمالات المشروطة

عند ح=٤٠%

$$ح(س) = \frac{!٩}{!٣\,(٩-٣)!} \times (٤٠\%)^{٣} \times (١-٤٠\%)^{٩-٣} = ٠,٢٥$$

عند ح = ٢٠%

$$ح(س) = \frac{!٩}{!٣\,(٩-٣)!} \times (٢٠\%)^{٣} \times (١-٢٠\%)^{٩-٣} = ٠,١٧٦$$

عند ح = ١٠%

$$ح(س) = \frac{!٩}{!٣\ (٩-٣)!} \times (١٠\%)^{٣} \times (١-١٠\%)^{٩-٣} = ٠,٠٤٤$$

جدول نظرية بايز

حالة الطبيعة	الاحتمال القبلي	الاحتمال المشروط	الاحتمال المشترك	الاحتمال البعدي
%٤٠	٠,٢٠	٠,٢٥	٠,٢٠×٠,٢٥ = ٠,٠٥	٠,٠٥÷٠,١٢٤٨= ٠,٤
%٢٠	٠,٣٠	٠,١٧٦	٠,٣×٠,١٧٦= ٠,٠٥٢٨	٠,٠٥٢٨÷ ٠,١٢٤٨= ٠,٤٢٣
%١٠	٠,٥٠	٠,٠٤٤	٠,٥٠×٠,٠٤٤= ٠,٠٢٢	٠,١٢٤٨÷٠,٠٢٢ = ٠,١٧٦
مجموع	١ لازم		٠,١٢٤٨	١ لازم

وباستخدام الاحتمالات لحساب العائد المتوقع لكل بديل

العائد المتوقع للخطة الأولي = ١٥٠٠٠٠×٠,٤٠ +

٦٠٠٠٠×٠,٤٢٣ ـ ٣٠٠٠٠×٠,١٧٦ = ٨٠١٠٠ جنيه ولكن توجد تكلفة للفرع في العام الأول (٣٠٠٠٠) فإن صافي العائد = ٨٠١٠٠ ـ ٣٠٠٠٠ = ٥٠١٠٠ جنيه

العائد المتوقع من الخطة الثانية = صفر

القرار الأمثل: الخطة الأولي أي ننصح إدارة البنك بانشاء الفرع.

تمارين متنوعة

أولاً : وضح الصواب والخطأ مع التعليل لكل عبارة من العبارات التالية:

١. يقتصر تطبيق علم بحوث العمليات علي المجالات التجارية فقط.
٢. مصطلح بحوث العمليات يركز علي (أحسن a best) البدائل وليس (الأحسن the best).
٣. يقوم علم بحوث العمليات علي اتخاذ القرارات اعتماداً علي نظرية التجربة والخطأ.
٤. تعتبر صياغة النموذج هي المرحلة الأولي من مراحل بحوث العمليات.
٥. جميع النماذج يتم حلها بالطرق الرياضية الحتمية.
٦. تعتبر صناعة القرار عملية فردية من جانب متخذ القرار.
٧. تتناسب نماذج حالة عدم التأكد مع البيئات المستقرة البسيطة.
٨. تتناسب نماذج المخاطرة مع البيئات المعقدة.
٩. تعتبر النماذج المستخدمة لشرح الجسم البشري لطلبة كليات الطب (الهيكل البشري) من النماذج المشابهة.
١٠. تعتبر نماذج البرمجة الخطية من النماذج الاحتمالية.
١١. تعتبر نماذج المسار الحرج من النماذج الاحتمالية.
١٢. تعتبر نماذج صفوف الانتظار من النماذج الرياضية.
١٣. تعتبر نماذج سلاسل ماركوف من النماذج الرياضية.

١٤. تعتبر نماذج برت من النماذج الاحتمالية.

١٥. يجب على متخذ القرار أن يراعي عند إجراء عملية التقييم والمفاضلة بين البدائل المتغيرات البيئية الداخلية فقط.

١٦. تعتبر نماذج التأكد من النماذج الواقعية.

١٧. في نماذج المخاطرة يعلم متخذ القرار بشكل قاطع أي من البدائل المختلفة هي التي ستحدث مستقبلاً.

١٨. يتوافر لمتخذ القرار في نماذج المخاطرة معلومات لتقدير احتمالات حدوث كل حالة طبيعة متوقع حدوثها.

١٩. تكون نسبة المخاطرة منخفضة في نماذج عدم التأكد.

٢٠. توجد عدة حالات طبيعة في نماذج التأكد.

٢١. توجد عدة قيم للعوائد لكل بديل في نموذج التأكد.

٢٢. يعتبر معيار لابلاس ضمن معايير نماذج المخاطرة.

٢٣. تعبر α عن نسبة التشاؤم لدي متخذ القرار تبعاً لمعيار هيرويز.

٢٤. تسمي الاحتمالات المبدئية لحالات الطبيعة بإسم الاحتمالات البعدية.

ثانياً : أسئلة المقال

٢٥- "لم يتفق المهتمين بعلم بحوث العمليات علي وضع تعريف موحد لهذا العلم " في ضوء العبارة السابقة أذكر عدة تعريفات لهذا العلم خاصة تعريف جمعية بحوث العمليات البريطانية؟

٢٦- ما هي أهمية بحوث العمليات؟

٢٧- وضح مراحل بحوث العمليات تبعاً للمنهج العلمي؟

٢٨- " توجد عدة تصنيفات للنماذج" تكلم عن هذه التصنيفات بشئ من التفصيل مع ذكر أمثلة علي كل نموذج؟

٢٩- ما هي عناصر القرار الجيد؟

٣٠- ما هي معايير نماذج عدم التأكد؟

ثالثاً : تمارين رقمية

٣١- إذا كان لديك مصفوفة العائد الآتية:

البدائل	حالات طبيعية			
	م١	م٢	م٣	م٤
ن١	٢٣	٢٥	٣٥	٢٩
ن٢	٢٠	٢١	٢٥	٢٥
ن٣	١٩	٢٤	٢٠	٣٠
ن٤	١٠	٢٠	١٥	١٩

المطلوب مساعدة متخذ القرار في اتخاذ قراره في ظل المعايير التالية

- معيار أقصي الأقصي (التفاؤل الشديد لمتخذ القرار).
- معيار أدني الأدني (التشاؤم الشديد لمتخذ القرار).
- معيار لابلاس (تساوي الاحتمالات).
- معيار هيرويز. (بفرض أن $\alpha = ٠,٧$)
- معيار أدني الأقصي (سافج Savage) (الندم).

٣٢- إذا كان لديك مصفوفة التكلفة الآتية:

البدائل	حالات طبيعية			
	م١	م٢	م٣	م٤
ن١	٢٣	٢٥	٣٥	٢٩
ن٢	٢٠	٢١	٢٥	٢٥
ن٣	١٩	٢٤	٢٠	٣٠
ن٤	١٠	٢٠	١٥	١٩

المطلوب مساعدة متخذ القرار في اتخاذ قراره في ظل المعايير التالية - معيار أدني الأدني (التفاؤل الشديد لمتخذ القرار).

- معيار أقصي الأقصي (التشاؤم الشديد لمتخذ القرار).

- معيار لابلاس (تساوي الاحتمالات).

- معيار هيرويز. (بفرض أن $\alpha = ٠,٦$) .

٣٣- في ضوء البيانات التالية أي المشروعين أفضل؟

مشروع س		مشروع ص	
العائد	الاحتمال	العائد	الاحتمال
٧٥٠٠	٠,٣	٢٦٠٠٠	٠,٤
٢٧٠٠٠	٠,٦	٢٤٠٠٠	٠,٣
٣١٥٠٠	٠,١	٢٨٥٠٠	٠,٣

٣٤- أي المشاريع التالية أفضل علي المدى الطويل؟

مشروع س		مشروع ص		مشروع ل	
العائد	الاحتمال	العائد	الاحتمال	العائد	الاحتمال
٣٧٥٠	٠,٣	١٣٠٠٠	٠,٤	١٠٠٠٠	٠,٣
١٣٥٠٠	٠,٦	١٢٠٠٠	٠,٣	١٥٠٠٠	٠,٥
١٥٠٠٠	٠,١	١٤٢٥٠	٠,٣	١٦٠٠٠	٠,٢

٣٥- أيهما أفضل علي المدي الطويل

مشروع س		مشروع ص	
العائد	الاحتمال	العائد	الاحتمال
٧٥٠٠	٠,٣	٢٦٠٠٠	٠,٤
٢٧٠٠٠	؟	٢٤٠٠٠	؟

٣٦- لديك ٢٥٠٠٠٠ جنيه ولديك عدة بدائل لاستثمار هذا المبلغ البديل الأول : إيداع المبلغ بالبنك لمدة سنة بمعدل فائدة بسيطة ٧,٥% سنوياً .

البديل الثاني : شراء أسهم وهنا نجد انه إذا حدث رواج سترتفع أسعار الأسهم بنسبة ١٤% وتحصل علي أرباح كوبونات ١٢٠٠جنيه ،بينما لو ظل الاقتصاد ساكن سترتفع أسعار الأسهم بنسبة ٦% وتحصل علي أرباح ٧٠٠ جنيه ، بينما لو حدث انكماش سوف تنخفض أسعار الأسهم بنسبة ١٠%.

البديل الثالث : شراء أرض ومع الرواج سيرتفع ثمن الأرض بنسبة ٢٢% أما في السكون سترتفع ثمنها بنسبة ١٤ % ومع الانكماش ستنخفض ثمنها بنسبة ١٨% ويقدر الخبراء أن احتمال الرواج= ٠,٢٠ ، احتمال السكون= ٠,٤٥ ، احتمال الانكماش= ؟

ما هو القرار الأمثل تبعاً لمعيار القيمة النقدية المتوقعة؟و ما هي القيمة المتوقعة للمعلومات الكاملة؟

٣٧- تعبر مصفوفة العوائد التالية عن الأرباح لثلاث خطط تسويقية وهي منح هدايا مجانية أو منح منتجات مخفضة أو منح برنامج لجمع النقاط عند شراء المنتج وذلك باحتمالات

حالات طبيعة وهي رواج السوق باحتمال ١٥% أو حدوث ركود في السوق باحتمال ٦٠% أو حدوث تضخم بالسوق باحتمال ٢٥% كما في المصفوفة

	رواج	ركود	تضخم
	٠,٢٠	٠,٧٠	٠,١٠
هدايا مجانية	٤٠	٣٠	٢٠
منتجات مخفضة	٣٠	٣٥	٢٥
برنامج لجمع النقاط	٦٠	٤٠	٤٥

المطلوب تحديد خطة التسويق المثلي لهذا المنتج باستخدام معيار معامل الاختلاف؟

٣٨- يرغب أحد البنوك في افتتاح فرع جديد بالقاهرة الجديدة وتقدر تكاليف افتتاح هذا الفرع في العام الأول بـ ٤٠٠٠٠ جنيه ، ويقدر البنك أن أرباح الفرع في العام الأول ٢٥٠٠٠٠ إذا استحوذ البنك علي ٣٥% من المعاملات في القاهرة الجديدة، بينما ستكون الأرباح ٧٠٠٠٠ إذا استحوذ علي ٣٠% من المعاملات وستكون الخسارة ٢٠٠٠٠ إذا حصل علي ١٥% فقط من المعاملات ، ويقدر الخبراء أن احتمال استحواذ البنك علي ٤٠% من المعاملات هو ٠,٢٥ بينما احتمال استحواذ البنك علي ٢٠% من المعاملات هو ٠,٣٥ ، ما هو القرار المناسب من إدارة البنك بفتح الفرع من عدمه،وبفرض اختيار عينة من ٧ من رجال الأعمال بالقاهرة الجديدة وأوضح اثنين منهم أنهم سوف يتعاملان مع البنك في أعمالهم المصرفية فهل سيتغير قرار إدارة البنك؟ أم لا؟

الفصل الثاني

نماذج المخزون

أهداف هذا الفصل

عند الانتهاء من هذا الفصل سوف يكون القارئ قادراً علي

١- التعرف علي معني المخزون وأهميته والمخاطر المتعلقة به.

٢- كيفية حساب التكاليف المختلفة المتعلقة بالمخزون.

٣- التفرقة بين نماذج المخزون وافتراضات كل نموذج.

٤- فهم المقصود بنقطة إعادة الطلب ومخزون الأمان.

مقدمة

تعتبر مشكلة تحديد مستوى ملائم من المخزون من المشاكل الهامة للمنشآت بشكل عام، ذلك أن الزيادة أو النقص في مستوى مخزون المنتجات لمنشأة ما يعرض هذه المنشأة لمصاعب كثيرة فمع أن زيادة الإنتاج تقلل من تكاليفه بشكل عام إلا أنها تكون بمثابة رأس مال عاطل إذا لم يتم استهلاكها.

يستخدم المخزون كذلك لتخفيض تكلفة الطلبيات أو للاستفادة من الخصم على المشتريات بكميات كبيرة أو للحماية من زيادة الأسعار... الخ ويمكن التعرف على طبيعة مشكلة التخزين بالنظر إلى موقف مدير الإنتاج والمبيعات في مؤسسة معينة والذي يعمل على زيادة كمية المخزون من المواد الأولية والمواد المصنعة وقطع الغيار... الخ، بينما يرى المدير المالي أن خفض مستويات المخزون يعني انخفاض تكلفة التخزين والاستفادة من الموارد الموجهة للمخزون ويهتم القرار في هذه الحالة بالموازنة بين تكلفة التخزين وتكلفة تعطل الالات وبالتالي تعطل الإنتاج أو المبيعات المفقودة... الخ، يهتم نموذج التخزين بقرارين أساسيين هما كمية الطلبية والزمن بين كل طلبية وأخرى، وذلك بفرض أن الطلب على المنتج والزمن بين كل طلبية وأخرى يمكن أن يكون احتمالياً أو محدداً.

تعريف المخزون

تتعدد التعاريف الخاصة بمصطلح المخزون فقامت الجمعية الأمريكية للرقابة على المخزون والإنتاج بتعريف المخزون بأنه إجمالي الأموال المستثمرة في وحدات من المادة الخام والأجزاء والسلع الوسيطة وكذلك الوحدات تحت التشغيل بالإضافة إلى المنتجات النهائية المتاحة للبيع.

ويمكن تعريفه بأنه حفظ المواد لفترة زمنية محددة من فترة أو تاريخ تخزينها إلى حين استعمالها مع مراعاة مدة حياتها، و تحفظ ضمن شروط السلامة

ويعرف أيضاً بأنه عبارة عن المواد الخام والمستلزمات وقطع الغيار والمواد نصف المصنعة ، والمواد تامة الصنع الموجودة في المخازن بانتظار استخدامها مستقبلاً.

أهمية المخزون

توجد الكثير من العوامل التي توضح أهمية المخزون لكل مؤسسة يمكن تحديدهما في النقاط التالية

١- التخزين يضمن للمؤسسة الأمان من خطر انقطاع المواد الأولية ومستلزمات الإنتاج وبالتالي استمرارية عملية المؤسسة.

٢- تصل قيمة المخزون السلعي إلى نصف متوسط الاستثمارات في المؤسسات، ومن هنا تصل أهمية التخزين

والإشراف والرقابة على المخازن واضحة في كثير من المؤسسات خاصة الصناعية منها.

٣- يستخدم التخزين لمواجهة النقص في الكميات المعروضة من المواد والسلع بسبب احتمالية انقطاع عمليات التوريد وتأخر وصول الكميات المتعاقد عليها في موعدها

٤- الاستفادة من الشراء بكميات كبيرة لتقليل تكلفة المواد المشتراة من خلال تقليل سعر الوحدة الواحدة وكذلك تقليل تكلفة النقل والاستفادة من خصم الكمية.

٥- معالجة موسمية المواد أو المنتجات ،فمن المعلوم أن الحاجة لبعض المواد أو المنتجات في موسم معين قد يكون أكثر من موسم آخر فأجهزة التدفئة أو الملابس الثقيلة مثلا لها احتياجات واضحة في فصل الشتاء وتقل إلى أدنى مستوى لها في فصل الصيف لذا تقوم الشركات المتخصصة بإنتاج هذه المنتجات بالإنتاج خلال فصل الصيف وتحفظ في مخازنها لحين إمكانية تصريفها قبل وأثناء فصل الشتاء.

٦- ارتباط المخزون بالعمليات الإنتاجية و التي يجب العمل على استمرارها و بدون زيادة غير ضرورية في الاستثمارات في المخزون السلعي.

٧- تعمل وظيفة التخزين على ملاحظة الأصناف البطيئة حتى تعمل على جعل معدل الدوران في الحدود المناسبة.

٨- التقليل إلى أدنى حد ممكن في الخسائر في المخزون السلعي بسبب التقادم أو التلف.

٩- يقوم التخزين كوظيفة بمساعدة وظيفة الشراء في الاحتفاظ بسجلات صحيحة للرقابة على المخزون السلعي، و كذلك تقديم النصائح فيما يتعلق بشراء الأجزاء و المواد و السلع للمحافظة على المستويات الصحيحة من المخزون.

أنواع تكاليف المخزون

١. **تكاليف الطلبية** مثل: تكلفة أوامر الشراء، وتكاليف المتابعة.

٢. **تكاليف التخزين** وتشمل

- تكاليف نتيجة الأعباء المالية: و تتمثل في الفائدة على رأس المال المستثمر في المخزون في حالة الاقتراض من المؤسسات المالية أو في حالة تجميد جزء من رأس مال الشركة في تمويل المخزون.
- تكاليف نتيجة أعباء التخزين: و هي الأعباء المتعلقة بحفظ و صيانة الأصناف المخزنة كالمراقبة، و تكاليف الإيجار، و تكلفة التقادم الزمني، و تدهور قيمة المخزون.

٣. **تكاليف نفاذ المخزون:**

هي تكاليف ناتجة عن خسائر نتيجة لعدم تحقق أرباح كان يمكن أن تحدث إذا توافر مخزون بالمخازن ، وهذا النوع من

التكاليف لا يقتصر فقط على الخسارة وإنما تشمل التعويضات التي تدفعها للعملاء لعدم الوفاء بالتزامات البيع في الوقت المحدد وهذه التكاليف تقدربنسبة من قيمة المخزون المتوسط، و بالتالي يجب العمل على تدنيتها إلى أدنى حدّ ممكن.

المخاطر المتعلقة بالمخزون التي تتطلب اتخاذ قرار بشأنه

يعتبر تحديد حجم المخزون أو الاستثمار في المخزون من القرارات الهامة لأي شركة ، وتوجد عوامل كثيرة تؤثر علي هذا القرار ، فقرار المخزون كغيره من القرارات الإدارية يجب أن يتم في حدود أهداف السياسة العامة للشركة ولكن بفحص هذه الأهداف بدقة نجدها في بعض الأحيان متعارضة ، فقد يكون من الأهداف العامة للشركة توفير حاجة العملاء تحت أي ظرف من الظروف للمحافظة علي سمعة الشركة ، وقد يكون من أهدافها أيضاً التأمين ضد أي نقص في المعروض من السلعة في السوق أو التأمين ضد زيادة الأسعار بالاحتفاظ بمخزون كاف لمواجهة احتياجات الانتاج لفترة طويلة مستقبلة ، كذلك قد يكون هناك خصم كمية يعطيه المورد للعملاء لتشجيعهم علي الشراء بكميات كبيرة ، كل هذه العوامل السابقة مجتمعة تدعو إلي الاحتفاظ برقم مخزون مرتفع .

من ناحية أخري فإن زيادة المخزون يزيد من رأس المال العاطل ويزيد من تكاليف المخزون من حيث العمالة وتكاليف المكان الذي تشغله المواد المخزنة وتكاليف حفظ المخزون وتكاليف الأعمال المكتبية المتعلقة بالمخزون كما أنها تزيد من فرصة تعرض المخزون للتلف والتقادم كل هذه العوامل تدعو للاحتفاظ برقم مخزون منخفض.

وفيمايلي سنوضح مخاطر زيادة المخزون من الأصناف عن القدر المناسب

أ) مخاطر زيادة المخزون من الأصناف عن القدر المناسب

١. ضياع جزء من رأس المال في شكل رأس مال عاطل كان من الممكن استخدامه في نشاط يدر عائد.
٢. احتمال إنخفاض أسعار المخزون وإصابة المنشأة بخسائر نتيجة لذلك.
٣. التضخم في تكاليف مناولة المواد أو تخزينها.
٤. زيادة فرص التقادم والتلف.
٥. زيادة الفائدة المدفوعة علي رأس المال المستثمر في هذه الموجودات.

ب) مخاطر نقص المخزون من الأصناف عن القدر المناسب

١. عدم القدرة علي إرضاء العملاء التي ترتبط بهم المنشأة بعقود إنتاجية.
٢. إرتفاع تكلفة المشتريات نظراً لشراء كميات بسيطة وعدم القدرة علي الاستفادة من خصومات الكمية.
٣. زيادة تكاليف النقل نظراً لعدم استغلال حمولات وسائل النقل المتاحة.
٤. احتمال توقف الانتاج أو ظهور مشكلات في عملية التصنيع أو التشغيل مما قد يحمل المشروع بتكاليف وخسائر جسيمة.
٥. زيادة مشكلات العاملين نتيجة لإضطراب العملية الإنتاجية.

مما سبق يتضح أهمية قيام الإدارة بوضع السياسات المتعلقة بالمخزون والاستعانة بالنماذج الرياضية التي تضمن تحديد مستوي مناسب من المخزون يسمي بالكمية الإقتصادية للمخزون بما يضمن الموازنة بين تكاليف وأخطار الاحتفاظ بالمخزون وبين الفوائد المترتبة علي وجود المخزون وتوافره.

نماذج المخزون

توجد عدة نماذج للمخزون تختلف حسب المعلومية أو عدم المعلومية المسبقة للطلب وأيضاً حسب احتمالية تأكد الطلب ، ولكل نموذج الافتراضات الخاصة به ومن ضمن نماذج المخزون

١- نموذج تحديد حجم الطلبية الإقتصادية للطلب.
٢- نموذج الكمية الاقتصادية للطلب مع خصم كمية.
٣- نموذج إعادة الطلب ومخزون الأمان.

١- نموذج تحديد حجم الطلبية الإقتصادية للطلب (نموذج ويلسون)

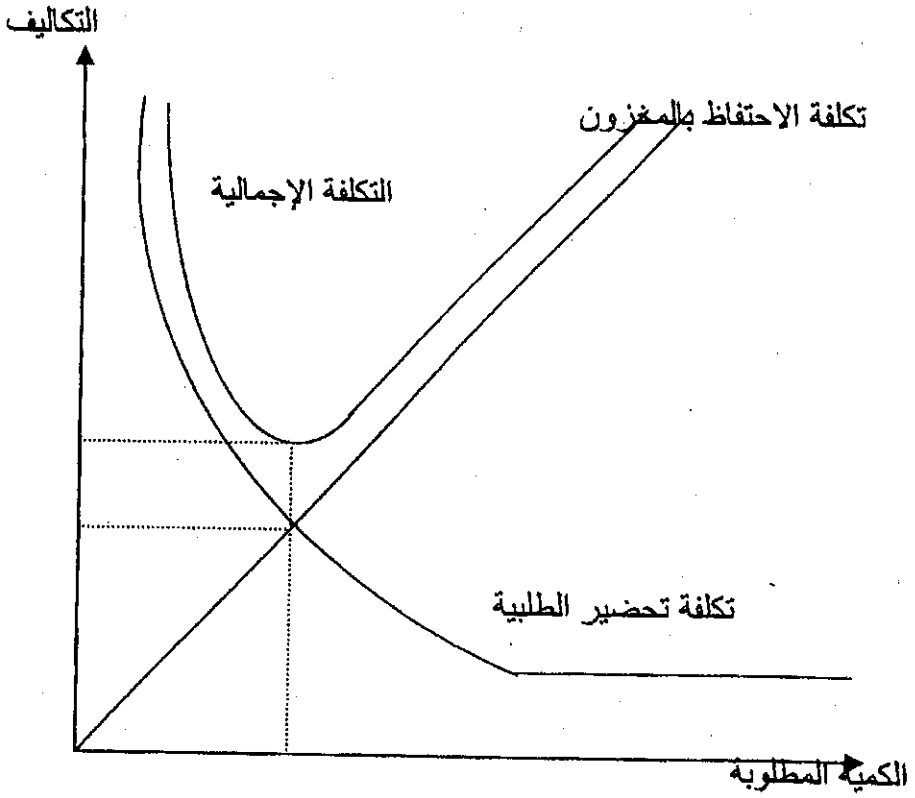
يهدف هذا النموذج إلي تحديد الحجم الأمثل للطلبية التي تجعل التكلفة الكلية للتخزين عند حدها الأدني.

افتراضاته

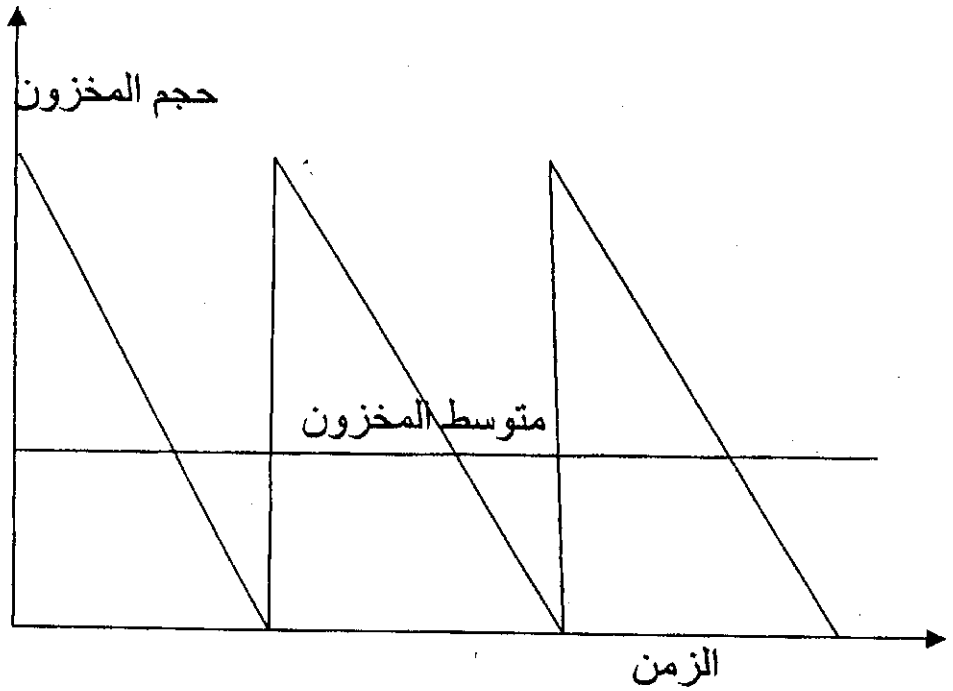
١. الكميات المطلوبة (الطلب) ثابت في كل فترة .
٢. فترة التوريد ثابتة ومحددة.
٣. تكلفة الوحدة الواحدة ثابتة .
٤. لا يوجد خصم كمية.
٥. يتم الطلب في كل مرة عندما يصل المخزون إلى نقطة إعادة الطلب.
٦. معدل استخدام كل عنصر من العناصر ثابت.
٧. لا يوجد مخزون أمان.
٨. لا يوجد تكلفة نفاذ المخزون.

- ونتيجة مباشرة للافتراضات السابقة نلاحظ وجود علاقة طردية بين حجم المخزون وتكاليف الاحتفاظ بالمخزون ، ونلاحظ أيضاً علاقة عكسية بين حجم المخزون وتكلفة الطلبية الواحدة (تكلفة أمر إصدار الطلبية).

فيمايلي شكل بياني لتوضيح العلاقة بين أنواع تكاليف المخزون والكمية المطلوبة منه



كما يمكن توضيح حركة المخزون ضمن هذا النموذج من خلال الشكل التوضيحي التالي



الشكل الرياضي للنموذج

يهتم هذا النموذج بإيجاد الكمية الإقتصادية للطلب ، ومن المعلومات السابق دراستها نعلم أن التكاليف المرتبطة بالمخزون تنقسم إلي

- تكلفة إعداد الطلبيات السنوية ويتم حسابها بضرب عدد الطلبيات × تكلفة إعداد الطلبية الواحدة (ثابتة سنوياً حسب افتراضات النموذج)

ويمكن إيجاد عدد الطلبيات بالمعادلة

$$\text{عدد الطلبيات} = \frac{\text{الطلب السنوي}}{\text{كمية الشراء}}$$

- تكاليف الاحتفاظ في المخزون السنوي ويتم حسابها بضرب متوسط المخزون × تكلفة الاحتفاظ بالوحدة سنوياً.

$$\text{متوسط المخزون} = \frac{\text{الحد الأعلي للمخزون} + \text{الحد الأدني للمخزون}}{٢} = \frac{\text{الكمية المشتراة}}{٢}$$

وبالتالي فإن مجموع تكاليف المخزون= تكلفة إعداد الطلبية السنوية + تكلفة الاحتفاظ بالمخزون السنوية

- **تكاليف المخزون** $= \left(\frac{\text{الطلب السنوي}}{\text{كمية الشراء}} \times \text{تكلفة إعداد الطلبية الواحدة}\right)$

$$+ \quad \left(\frac{\text{الكمية المشتراة}}{٢} \times \text{تكلفة الاحتفاظ بالوحدة سنوياً}\right)$$

وبعمل بعض التفاضلات اللازمة نصل للقانون الأساسي الذي يمكن من خلاله تحديد الكمية الإقتصادية للطلب (الحجم الأمثل للشراء) وهو علي الصورة التالية

$$ك = \sqrt{٢ \text{ ط } \frac{ت}{خ}}$$

حيث

ك الكمية الإقتصادية للطلب(حجم الطلبية).

ط الاحتياجات الكلية خلال الفترة بالوحدات.

ت تكلفة إعداد الطلبية (تكلفة إصدار أمر الشراء الواحد).

خ تكلفة الإحتفاظ بالوحدة الواحدة من المخزون سنوياً

حيث أن معظم الفروض التي ذكرناها سابقاً، و التي قد لا تتحقق أكثرها في الحياة العملية، لذا نجد أن هذا النموذج تجريدي أكثر منه واقعي، و لكن لا يمكن التغاضي عن مزاياه المتمثلة في:

- المتغيرات الداخلية في النموذج بسيطة و قليلة العدد.
- يمكن تقييم النموذج بسهولة.
- الكمية المطلوبة قليلة الاستجابة للأخطاء .

تمرين

بفرض أن الطلب الكلي لسلعة ما خلال السنة تقدر بـ ٢٠٠٠٠ وحدة وكانت تكلفة الطلبية الواحدة ٥٠ جنيهاً وكانت تكلفة التخزين للوحدة في المتوسط ٢ جنيه

المطلوب

١- الحجم الأمثل للكمية الإقتصادية للطلب

٢- التكلفة الإجمالية للمخزون.

الحـــــــل

ك الكمية الإقتصادية للطلب(حجم الطلبية) = ؟؟

ط الاحتياجات الكلية خلال الفترة بالوحدات= ٢٠٠٠٠ وحدة

ت تكلفة إعداد الطلبية (تكلفة أمر الشراء الواحد)=٥٠ جنيه.

خ تكلفة الإحتفاظ بالوحدة الواحدة من المخزون = ٢ جنيه.

الكمية الإقتصادية للطلب (الحجم الأمثل للشراء) وهو علي الصورة التالية

$$ك = \sqrt{\frac{٢ \text{ ط ت}}{\text{خ}}}$$

$$ك = \sqrt{\frac{٢ \times ٢٠٠٠٠ \times ٥٠}{٢}} = ١٠٠٠ \text{ وحدة}$$

ولحساب التكلفة الإجمالية يلزم إيجاد مايلي

- تكلفة الطلبيات = عدد الطلبيات × تكلفة إصدار أمر الطلبية الواحدة

$$\text{عدد الطلبيات} = \frac{\text{الطلب السنوي}}{\text{كمية الشراء}} = \frac{٢٠٠٠٠}{١٠٠٠} = ٢٠ \text{ طلبية}$$

فتكلفة الطلبيات = ٢٠ طلبية × ٥٠ جنيه للطلبية الواحدة = ١٠٠٠ جنيه

- تكلفة التخزين = ($\frac{\text{الكمية المشتراة}}{٢}$ × تكلفة الاحتفاظ بالوحدة سنوياً)

تكلفة التخزين = $\frac{١٠٠٠}{٢}$ × ٢ = ١٠٠٠ جنيه

وبالتالي فالتكاليف الإجمالية للمخزون = تكاليف الطلبية + تكاليف التخزين

التكلفة الإجمالية = ١٠٠٠ + ١٠٠٠ = ٢٠٠٠ جنيه.

ونلاحظ أن أقل تكلفة إجمالية لهذا النموذج تتحقق عندما تتساوي تكلفة الطلبية مع تكلفة التخزين = ١٠٠٠ جنيه لكل منهما

ويمكن توضيح ذلك بالجدول التالي الذي يوضح كميات مختلفة للكمية الاقتصادية للطلب والتكاليف المقابلة لكل حالة

الكمية الإقتصادية	عدد الطلبيات	تكلفة الطلبيات	تكلفة التخزين	إجمالي التكاليف
٢٠٠٠٠	١	٥٠	٢٠٠٠٠	٢٠٠٥٠
١٠٠٠٠	٢	١٠٠	١٠٠٠٠	١٠١٠٠
٥٠٠٠	٤	٢٠٠	٥٠٠٠	٥٢٠٠
١٠٠٠	٢٠	١٠٠٠	١٠٠٠	٢٠٠٠
٥٠٠	٤٠	٢٠٠٠	٥٠٠	٢٥٠٠
١٠٠	٢٠٠	١٠٠٠٠	١٠٠	١٠١٠٠

نلاحظ من الجدول السابق أن أقل تكلفة إجمالية للمخزون (٢٠٠٠ جنيه) هي عند كمية إقتصادية للطلب = ١٠٠٠ وحدة وعندها تكون تكلفة الطلبيات = تكلفة التخزين = ١٠٠٠ جنيه لكل منهما.

تمرين

بفرض أن الطلب الكلي لسلعة ما خلال السنة تقدر بـ ٢٠٠ وحدة وكانت تكلفة الطلبية الواحدة ٤٠٠ جنيهاً وكانت تكلفة التخزين للوحدة تقدر بنسبة ٢٠% من قيمة الوحدة الذي يبلغ سعر بيعها ٢٠٠٠ جنيه؟

المطلوب١- الحجم الأمثل للكمية الإقتصادية للطلب

٢ - التكلفة الإجمالية للمخزون.

الحـــــــــل

ك الكمية الإقتصادية للطلب(حجم الطلبية) = ؟؟

ط الاحتياجات الكلية خلال الفترة بالوحدات= ٢٠٠ وحدة

ت تكلفة إعداد الطلبية (تكلفة إصدار أمر الشراء الواحد)=٤٠٠ جنيه.

خ تكلفة الإحتفاظ بالوحدة الواحدة من المخزون سنوياً = ٢٠% من سعر الوحدة = ٢٠% × ٢٠٠٠ = ٤٠٠ جنيه.

الكمية الإقتصادية للطلب (الحجم الأمثل للشراء) وهو علي الصورة التالية

$$ك = \sqrt{\frac{٢ \text{ ط } ت}{خ}}$$

$$ك = \sqrt{\frac{٢ \times ٢٠٠ \times ٤٠٠}{٤٠٠}} = ٢٠ \text{ وحدة}$$

ولحساب التكلفة الإجمالية يلزم إيجاد مايلي

- تكلفة الطلبيات = عدد الطلبيات × تكلفة إصدار أمر الطلبية الواحدة

$$\text{عدد الطلبيات} = \frac{\text{الطلب السنوي}}{\text{كمية الشراء}} = \frac{٢٠٠}{٢٠} = ١٠ \text{ طلبيات}$$

فتكلفة الطلبيات = ١٠ طلبية × ٤٠٠ جنيه للطلبية الواحدة = ٤٠٠٠ جنيه

- تكلفة التخزين = ($\frac{\text{الكمية المشتراة}}{٢}$ × تكلفة الاحتفاظ بالوحدة سنوياً)

$$\text{تكلفة التخزين} = \frac{٢٠}{٢} \times ٤٠٠ = ٤٠٠٠ \text{ جنيه}$$

وبالتالي فالتكاليف الإجمالية للمخزون = تكاليف الطلبية + تكاليف التخزين

التكلفة الإجمالية = ٤٠٠٠ + ٤٠٠٠ = ٨٠٠٠ جنيه.

ونلاحظ أن أقل تكلفة إجمالية لهذا النموذج تتحقق عندما تتساوي تكلفة الطلبية مع تكلفة التخزين = ٤٠٠٠ جنيه لكل منهما

ويمكن توضيح ذلك بالجدول التالي الذي يوضح كميات مختلفة للكمية الاقتصادية للطلب والتكاليف المقابلة لكل حالة

الكمية الإقتصادية	عدد الطلبيات	تكلفة الطلبيات	تكلفة التخزين	إجمالي التكاليف
٢٠٠	١	٤٠٠	٤٠٠٠٠	٤٠٤٠٠
١٠٠	٢	٨٠٠	٢٠٠٠٠	٢٠٨٠٠
٥٠	٤	١٦٠٠	١٠٠٠٠	١١٦٠٠
٢٠	١٠	٤٠٠٠	٤٠٠٠	٨٠٠٠
١٠	٢٠	٨٠٠٠	٢٠٠٠	١٠٠٠٠

نلاحظ من الجدول السابق أن أقل تكلفة إجمالية للمخزون (٨٠٠٠ جنيه) هي عند كمية إقتصادية للطلب = ٢٠ وحدة وعندها تكون تكلفة الطلبيات = تكلفة التخزين = ٤٠٠٠ جنيه لكل منهما.

٢ـ نموذج الكمية الاقتصادية للطلب مع وجود خصم كمية

قد يعرض الموردين منح خصم كمية للشركة المشترية لتشجيع العملاء علي زيادة الكمية المشتراه في كل مرة

فروض هذا النموذج

تتشابه فروض هذا النموذج مع فروض النموذج الأساسي للكمية الإقتصادية مع وجود فارق واحد هو وجود أسعار شراء مختلفة للكميات حسب حجم الكميات المشتراة .

ويتوقف قرار المنشأة علي الموازنة بين العائد المتوقع نتيجة خصم الكمية والتكاليف المترتبة عليه .

تمرين

بفرض أن الطلب الكلي لسلعة ما خلال السنة تقدر بـ ٤٠٠٠٠ وحدة وكانت تكلفة الطلبية الواحدة ١٠٠ جنيهاً وكانت تكلفة التخزين للوحدة في المتوسط ٢ جنيه

المطلوب

١ـ الحجم الأمثل للكمية الإقتصادية للطلب

٢ـ التكلفة الإجمالية للمخزون.

٣ـ بفرض أن المورد قدم عرض بخصم كمية يقدر بـ ٥% من قيمة الصفقة كلها إذا بلغت كمية الطلبية ١٠٠٠٠ وحدة فأكثر بسعر الوحدة ١ جنيه ، ما هو رأيك من جدوي الاستفادة بخصم الكمية؟

الحـــــــــل

في حالة عدم الاستفادة بخصم الكمية

ك الكمية الإقتصادية للطلب(حجم الطلبية) = ؟؟

ط الاحتياجات الكلية خلال الفترة بالوحدات= ٤٠٠٠٠ وحدة

ت تكلفة إعداد الطلبية (تكلفة إصدار أمر الشراء الواحد)=١٠٠ جنيه.

خ تكلفة الإحتفاظ بالوحدة من المخزون سنوياً = ٢ جنيه.

الكمية الإقتصادية للطلب (الحجم الأمثل للشراء) وهو علي الصورة التالية

$$ك = \sqrt{٢ ط \frac{ت}{خ}}$$

$$ك = \sqrt{٢ \times ٤٠٠٠٠ \times \frac{١٠٠}{٢}} = ٢٠٠٠ \text{ وحدة}$$

ولحساب التكلفة الإجمالية يلزم إيجاد مايلي

- تكلفة الطلبيات = عدد الطلبيات × تكلفة إصدار أمر الطلبية الواحدة

عدد الطلبيات = $\frac{\text{الطلب السنوي}}{\text{كمية الشراء}} = \frac{٤٠٠٠٠}{٢٠٠٠} = ٢٠$ طلبية

فتكلفة الطلبيات = ٢٠ طلبية × ١٠٠ جنيه للطلبية الواحدة = ٢٠٠٠ جنيه

- تكلفة التخزين = ($\frac{\text{الكمية المشتراة}}{٢}$ × تكلفة الاحتفاظ بالوحدة سنوياً)

تكلفة التخزين = $\frac{٢٠٠٠}{٢}$ × ٢ = ٢٠٠٠ جنيه

وبالتالي فالتكاليف الإجمالية للمخزون = تكاليف الطلبية + تكاليف التخزين

التكلفة الإجمالية = ٢٠٠٠ + ٢٠٠٠ = ٤٠٠٠ جنيه.

<u>في حالة الاستفادة بخصم الكمية</u>

ولحساب التكلفة الإجمالية يلزم إيجاد مايلي

- تكلفة الطلبيات = عدد الطلبيات × تكلفة إصدار أمر الطلبية الواحدة

عدد الطلبيات = $\frac{\text{الطلب السنوي}}{\text{كمية الشراء}} = \frac{٤٠٠٠٠}{١٠٠٠٠} = ٤$ طلبيات

فتكلفة الطلبيات = ٤ طلبيات × ١٠٠ جنيه للطلبية الواحدة = ٤٠٠ جنيه

- تكلفة التخزين = ($\frac{\text{الكمية المشتراة}}{٢}$ × تكلفة الاحتفاظ بالوحدة سنوياً)

تكلفة التخزين = $\frac{١٠٠٠٠}{٢}$ × ٢ = ١٠٠٠٠ جنيه

وبالتالي فالتكاليف الإجمالية للمخزون = تكاليف الطلبية + تكاليف التخزين

التكلفة الإجمالية = ١٠٠٠٠ + ٤٠٠ = ١٠٤٠٠ جنيه.

قيمة الخصم = عدد الوحدات × سعر الوحدة × نسبة الخصم

الخصم = ٤٠٠٠٠ وحدة × ١ جنيه × نسبة خصم ٥% = ٢٠٠٠ جنيه

وبالتالي تكون صافي قيمة التكاليف = ١٠٤٠٠ – ٢٠٠٠ = ٨٤٠٠ جنيه

القرار: من الأفضل عدم الاستفادة بخصم الكمية حيث كانت التكلفة الإجمالية للمخزون بدون الاستفادة بخصم الكمية = ٤٠٠٠ جنيه بينما لو أرادت الشركة الاستفادة من خصم الكمية فستبلغ التكاليف الاجمالية = ٨٤٠٠ جنيه ، لذا فمن الأفضل عدم الإستفادة بخصم الكمية في هذه الحالة.

٣- نموذج إعادة الطلب ومخزون الأمان

عملياً يصعب قبول الفرض الخاص بثبات رقم الطلب على سلعة أو صنف معين، ففي أحيان كثيرة يكون معدل الاستخدام للصنف مختلف من فترة لأخرى، كما أن التوريد قد يتم بكميات أقل من المتفق عليه بالإضافة إلى ذلك فترة التوريد ذاتها نادراً ما تتطابق مع الفترة المتفق عليها، و يطلق على مثل تلك الحالات حالة الطلب المتغير و حالة فترة التوريد المتغيرة.

و تمثل تلك الحالات صعوبة بالغة بالنسبة للقائمين بالإدارة، فإذا تم الاحتفاظ بمخزون أكثر من رقم الطلب الذي سوف يتحقق، كان معنى ذلك رأس مال عاطل و تكاليف مرتفعة، كما أن عدم وجود مخزون كاف يعني ضياع فرصة تحقيق أرباح للمشروع بسبب عدم القدرة على الوفاء بالطلب الفعلي، ومن الأساليب الشائعة لمواجهة مثل هذه المشكلة الاحتفاظ بما يعرف بمخزون الأمان أو احتياطي المخزون.

يمكن التعبير عن نقطة إعادة الطلب بأنها كمية المخزون التي تفي بالاحتياجات خلال فترة التوريد والتي هي الفترة الفاصلة بين إصدار أمر الشراء وبين استلام الطلبية .

و يتوقف حجم مخزون إعادة الطلب على عدة عوامل منها:

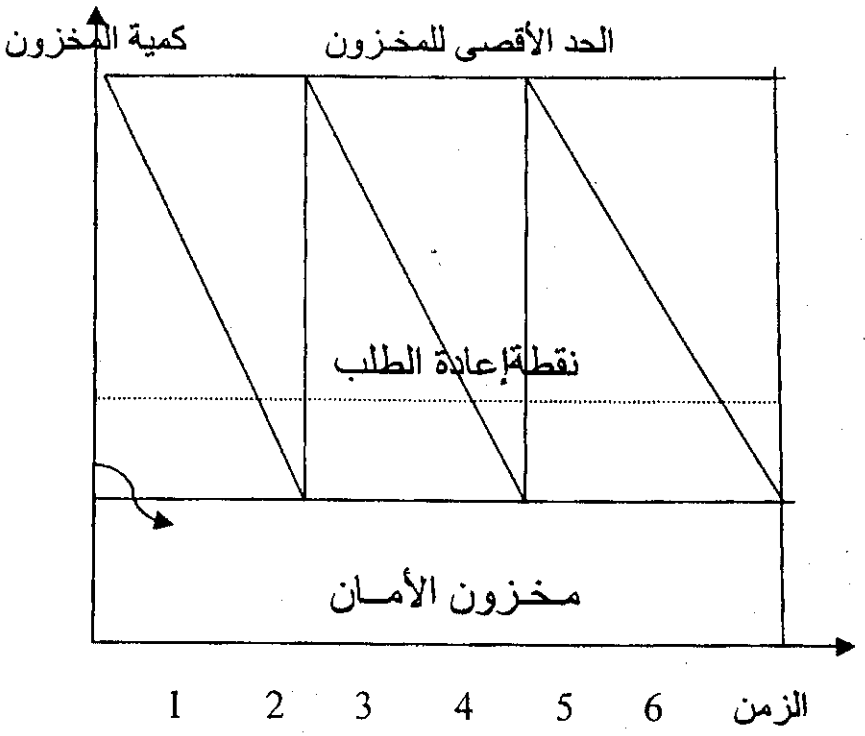
- معدل الاستخدام اليومي وهو كمية الاستهلاك من مادة معينة خلال فترة زمنية معينة.

- طول فترة التوريد: و هي الفترة الزمنية بين تقديم طلب جديد و زمن وصول المواد للمخازن.
- درجة الاستقرار في معدل الاستخدام و فترة التوريد.
- درجة المخاطرة التي تقبل بها الإدارة.

حيث أن عملياً لا يوجد تأكد تام لفترة الانتظار أو معدل الاستخدام لذا يصعب التنبؤ الدقيق لنقطة إعادة الطلب لذا تم التفكير في الاحتفاظ بمخزون أمان خوفاً من ظهور مخاطر تتعلق بنفاذ المخزون.

يمكن تعريف مخزون الأمان بأنه جزء زائد من المخزون يتم الاحتفاظ به لمواجهة الطلب غيرالمتوقع خلال فترة التوريد في حالة زيادة معدل الاستخدام خلال تلك الفترة عن متوسط الاستخدام المتوقع أو بسبب تأخر التوريد عن موعد التوريد المتفق عليه، و له عدة مسميات منها مخزون الحماية، إحتياطي المخزون، أو مخزون مواجهة التقلبات.

كما يمكن توضيح حركة المخزون ضمن هذا النموذج من خلال الشكل التوضيحي التالي



يتوقف تحديد الرصيد الذي يمثل حد الأمان على عدة عوامل أهمها:

- أهمية الصنف وطبيعة المادة و سرعة تلفها.
- تكلفة المادة و تكاليف الشحن و التخزين.
- معدل استهلاك الصنف فيما إذا كان ثابتاً أو متذبذباً.
- الفترة الزمنية اللازمة لشراء الصنف و تشمل عملية التفاوض و التعاقد و الشحن و الفحص.

يمكن حساب نقطة إعادة الطلب بالمعادلة التالية

نقطة إعادة الطلب =(فترة التوريد × $\frac{\text{الاحتياجات السنوية}}{\text{عدد أيام السنة}}$) + مخزون الأمان

تمرين

يبلغ حجم الطلب لشركة ما ١٤٦٠ وحدة سنوياً فإذا علمت أن فترة التوريد ٨ أيام وأن مخزون الأمان يقدر بـ ١٦ وحدة إحسب نقطة إعادة الطلب؟ وفسر معناها؟

الحـــــــل

نقطة إعادة الطلب =(فترة التوريد × $\frac{\text{الاحتياجات السنوية}}{\text{عدد أيام السنة}}$) + مخزون الأمان

نقطة إعادة الطلب = (٨ × $\frac{١٤٦٠}{٣٦٥}$) + ١٦ = ٤٨ وحدة

وهذا يعني أن علي الشركة أن تقرر إعادة الطلب عندما يصل المخزون إلي ٤٨ وحدة وذلك مع الاحتفاظ بمخزون أمان يقدر بـ ١٦ وحدة .

تمرين

يبلغ حجم الطلب لشركة ما ٢٥٥٥ وحدة سنوياً فإذا علمت أن فترة التوريد شهر كامل وأن مخزون الأمان يقدر بـ ١٥ وحدة إحسب نقطة إعادة الطلب؟

الحـــــــل

نقطة إعادة الطلب =(فترة التوريد × $\frac{\text{الاحتياجات السنوية}}{\text{عدد أيام السنة}}$) + مخزون الأمان

نقطة إعادة الطلب = (٣٠ × $\frac{٢٥٥٥}{٣٦٥}$) + ١٥ = ٢٢٥ وحدة.

تمارين متنوعة

أولاً : وضح الصواب والخطأ مع التعليل لكل عبارة من العبارات التالية:

١. الزيادة أو النقص في مستوى مخزون المنتجات لمنشأة ما يعرض هذه المنشأة لمصاعب كثيرة.

٢. المخزون هو عبارة عن المواد الخام والمستلزمات وقطع الغيار والمواد نصف المصنعة فقط الموجودة في المخازن .

٣. لا يرتبط المخزون بالعمليات الانتاجية.

٤. زيادة المخزون يزيد من رأس المال العاطل ويزيد من تكاليف المخزون.

٥. زيادة المخزون تزيد من فرصة تعرض المخزون للتلف والتقادم.

٦. توجد علاقة عكسية بين حجم المخزون وتكاليف الاحتفاظ بالمخزون بنموذج الكمية الاقتصادية للطلب.

٧. دائماً يجب الاستفادة من خصم الكمية لانه يؤدي لتخفيض التكاليف.

٨. نقطة إعادة الطلب هي كمية المخزون التي تفي بالاحتياجات خلال فترة التوريد وهي الفترة الفاصلة بين إصدار أمر الشراء وبين استلام الطلبية .

٩. تتوقف نقطة إعادة الطلب علي معدل الاستخدام اليومي وطول فترة التوريد.

١٠.مخزون الأمان هو جزء زائد من المخزون يتم الاحتفاظ به لمواجهة الطلب غيرالمتوقع خلال فترة التوريد في حالة زيادة معدل الاستخدام خلال تلك الفترة عن متوسط الاستخدام المتوقع أو بسبب تأخر التوريد عن موعد التوريد المتفق عليه.

١١.يختلف مخزون الأمان عن احتياطي المخزون.

ثانياً: أسئلة المقال

١٢- عرف المخزون مع توضيح أهميته ؟

١٣- ما هي المخاطر المتعلقة بزيادة المخزون من الأصناف؟

١٤- ما هي المخاطر المتعلقة بنقص المخزون من الأصناف؟

١٥- ما هي افتراضات نموذج الكمية الاقتصادية للطلب؟

١٦- عرف نقطة إعادة الطلب؟

١٧- ما هو مخزون الامان؟

ثالثاً : تمارين رقمية

١٨- بفرض أن الطلب الكلي لسلعة ما خلال السنة تقدر بـ ٦٠٠٠٠ وحدة وكانت تكلفة الطلبية الواحدة ١٥٠ جنيهاً وكانت تكلفة التخزين للوحدة في المتوسط ٣ جنيه

المطلوب

* الحجم الأمثل للكمية الإقتصادية للطلب مع التوضيح بالأرقام المختلفة؟

* التكلفة الإجمالية للمخزون.

١٩- بفرض أن الطلب الكلي لسلعة ما خلال السنة تقدر بـ ٨٠٠٠٠ وحدة وكانت تكلفة الطلبية الواحدة ٢٠٠ جنيهاً وكانت تكلفة التخزين للوحدة في المتوسط ٤ جنيه

المطلوب

* الحجم الأمثل للكمية الإقتصادية للطلب

* التكلفة الإجمالية للمخزون.

* بفرض أن المورد قدم عرض بخصم كمية يقدر بـ ١٠% من قيمة الصفقة كلها إذا بلغت كمية الطلبية ١٠٠٠٠ وحدة فأكثر بسعر الوحدة ٢ جنيه ، ما هو رأيك من جدوي الاستفادة بخصم الكمية؟

٢٠- يبلغ حجم الطلب لشركة ما ٢٩٢٠ وحدة سنوياً فإذا علمت أن فترة التوريد ٥ أيام وأن مخزون الأمان يقدر بـ ١٣ وحدة إحسب نقطة إعادة الطلب؟ وفسر معناها؟

٢١- يبلغ حجم الطلب لشركة ما ٣٦٥٠ وحدة سنوياً فإذا علمت أن فترة التوريد ٧ أيام وأن مخزون الأمان يقدر بـ ١٢ وحدة إحسب نقطة إعادة الطلب؟ وفسر معناها؟ مع التوضيح بالرسم إن أمكن؟

الفصل الثالث

المنافسات الاستراتيجية
(نظرية المباريات)

أهداف هذا الفصل

عند الانتهاء من هذا الفصل سوف يكون القارئ قادراً على

١ـ التعرف علي نظرية المباريات ونشأتها.

٢ـ معرفة الفروض التي تخضع لها نظرية المباريات.

٣ـ التفرقة بين مباريات الحظ ومباريات المهارة.

٤ـ التفرقة بين مباريات الاستراتيجية المطلقة ومباريات الاستراتيجية المختلطة.

٥ـ فهم المقصود بقوانين السيطرة.

٦ـ كيفية تطبيق الطريقة الحسابية والجبرية لحساب قيمة المباراة.

مقدمة

تهتم نماذج المنافسة بمعالجة المشاكل التي تتضمن التنافس بين نظامين أو أكثر (شركات، أشخاص، .....) ومن الواضح ترابط القرارات في مثل هذه الحالات بمعنى أن القرارات التي يتخذها طرف أو أكثر من المتنافسين تؤثر بطريقة مباشرة على القرارات التي تتخذها بقية الأطراف ومن أمثلة تلك المنافسة بين لاعبي الشطرنج على الفوز في مباراة للشطرنج والتنافس بين الشركات (صناعية ، بناء وتشييد،....) بغرض الاحتفاظ بنصيب أكبر في السوق المحلية أو العالمية وتعتبر نظرية المباريات وتحليل سلاسل ماركوف من أكثر النماذج المستخدمة في نماذج المنافسة .

تعريف نظرية المباريات

تهتم نظرية المباريات الاستراتيجية بدراسة المواقف التنافسية حينما يكون لدينا أكثر من متخذ قرار، والمفهوم الأساسي الذي تعتمد عليه النظرية هو مفهوم الاستراتيجية وهى التكوينة الممكنة من التصرفات في الحالات التي يوجد فيها متخذ القرار لذلك سميت بالمنافسات الاستراتيجية وذلك تمييزاً لها عن المباريات ضد الطبيعة والمعيار الذي يعتمد عليه التحليل في نظرية المباريات الاستراتيجية هو معيار أصغر القيم العظمى.

يعتبر العالم الفرنسي إميل بوريل أول من فكر بنظرية المباريات وذلك عام ١٩٢١م ولكن يرجع الفضل الأكبر في بلورة النظرية وفهم معانيها إلي العالم جون فون نيومان ، العالم مورجانسترن عام ١٩٢٨.

مفاهيم هامة لنظرية المباريات

الاستراتيجية

هي مجموعة الخطوات والتحركات التي يقوم باتخاذها كل من اللاعبين في ظل توقعاته لرد فعل وتحركات اللاعب الاخر لذلك تعتبر الاستراتيجية هي قاعدة اتخاذ القرار .

قواعد اللعبة (قواعد المباراة)

هي القوانين والاجراءات التي تحكم المباراة.

المنافسة الصفرية (الشريفة)

هي المنافسات التي يكون مجموع الأرباح لأحد أطرافها مساوياً لمجموع الخسائر التي يحققها الطرف الأخر.

المنافسة غير الصفرية (غير الشريفة)

هي المنافسات التي يكون مجموع الأرباح لأحد أطرافها لا يساوي مجموع الخسائر التي يحققها الطرف الأخر.

اللعبة (المباراة)

هي مجموعة قواعد تحدد ما يجب أو ما يستطيع أن يفعله كل لاعب، وهي تطبيق لقواعد اللعبة يؤدي في النهاية لنتيجة معينة.

اللاعبون (المتنافسون)

هم المنفذون للمباراة ، ويمكن أن يكونوا أفراد أو شركات أو دول فاللاعبون وحدة مستقلة لاتخاذ القرار.

العائد

هي نتيجة المباراة وهي عبارة عن عائد أو خسارة أو منفعة لأحد اللاعبين وهي تتحدد بناء علي الاستراتيجية التي حددها اللاعب مسبقاً.

فروض نظرية المباريات

١ - فرض الرشد

هذا يعني أن كل لاعب يكون علي علم تام بوجود اللاعبين الاخرين ومصالحهم وأهدافهم في المباراة ، وبالتالي يختار اللاعب من بين الاستراتيجيات المتاحة له تلك الاستراتيجية التي تعظم منفعته مع علمه بأن باقي المتنافسين معه يعملون علي تحقيق نفس الهدف علي حساب تقليل منفعته .

٢ـ فرض المعرفة

هذا يعني أن كل لاعب يكون علي علم تام بالبدائل (الاستراتيجيات) التي يمكن أن يختار فيما بينها سواء الشخص نفسه أو المتنافسون معه.

٣ـ فرض القياس

هذا يعني إمكانية تقييم وقياس نتيجة المباراة في صورة كمية (رقمية) سواء كانت ربح أم خسارة .

أنواع نماذج نظرية المباريات

أولاً : مباريات الحظ والمهارة

يمكن أن نعرف مباريات الحظ بأنها تلك المباريات التي تعتمد كلية علي الحظ ولا دور فيها للمهارة كلعبة الزهر والروليت ويمكن تحليل هذه المباريات علمياً باستخدام نظرية الاحتمالات فقط. ، بينما يمكن أن نعرف مباريات المهارة بأنها تلك المباريات التي تعتمد علي المهارة الفردية للمتنافسين ولا تعتمد علي الحظ ولكن يمكن أن تعتمد علي الخداع والتمويه ومن أمثلتها مباريات التنس وغيرها من الألعاب الرياضية.

ثانياً المباريات الاستراتيجية

هي المباريات التي يمتزج فيها الحظ بالمهارة وتعتمد علي التداخل بين توقعات اللاعبين ومن أمثلتها المعارك الحربية والمنافسات التجارية والمفاوضات بين الأفراد. ويمكن تقسيمها إلي:

١ - مباريات الاستراتيجيات المطلقة

في هذا النوع من المباريات يتبع كل لاعب (متنافس) استراتيجية واحدة طوال وقت المباراة ولا يغيرها حيث أنها في إعتقاده تحقق له أفضل نتيجة ممكنة سواء كانت تعظيم للربح أو تخفيض للخسائر ، تتحقق هذه الحالة عندما يكون للمباراة نقطة تلاقي وهي النقطة التي يتلاقي عندها الاستراتيجيات التي يختارها كل من المتنافسين.

مثال

بفرض أننا لدينا لاعبين (س ، ص) كل منهما لديه ورقتين من أوراق اللعب (الكوتشينة) اللاعب (س) لديه ورقة حمراء تحمل رقم تسعة وورقة سوداء تحمل رقم تسعة واللاعب (ص) لديه ورقة حمراء تحمل رقم تسعة وورقة سوداء تحمل رقم ثلاثة وكانت قواعد اللعبة تقضي بأن يضع كل لاعب ورقة بدون تمييز في نفس الوقت التي يضع فيها اللاعب الثاني ورقة أيضاً من الورقتين بدون تمييز ، وإذا

اتفقت الورقتان في اللون فإن اللاعب (س) هو الفائز بقيمة تعادل الفرق بين الورقتين أما إذا اختلفت الورقتان في اللون فإن اللاعب (ص) هو الفائز بقيمة تعادل الفرق بين الورقتين

يمكن تمثيل المباراة السابقة في صورة مصفوفة كمايلي

		اللاعب (ص)	
		تسعة حمراء	ثلاثة سوداء
اللاعب (س)	تسعة حمراء	صفر	-٦
	تسعة سوداء	صفر	٦

يمكن شرح أرقام المصفوفة السابقة كمايلي من وجهة نظر اللاعب (س)

* الخانة الاولي بالمصفوفة : رمي اللاعب (س) ورقة تسعة حمراء ورمي اللاعب (ص) ورقة تسعة حمراء فهذا يعني طبقاً لقواعد اللعبة أن اللاعب (س) قد فاز بقيمة الفرق بين الورقتين (٩ – ٩ = صفر).

*الخانة الثانية بالمصفوفة : رمي اللاعب (س) ورقة تسعة حمراء ورمي اللاعب (ص) ورقة ثلاثة سوداء فهذا يعني طبقاً لقواعد اللعبة أن اللاعب (ص) قد فاز واللاعب (س) قد خسر بقيمة الفرق بين الورقتين (٩ – ٣ = ٦) وتكتب -٦ لأنها خسارة بالنسبة للاعب (س).

* الخانة الثالثة بالمصفوفة : رمي اللاعب (س) ورقة تسعة سوداء ورمي اللاعب (ص) ورقة تسعة حمراء فهذا يعني طبقاً لقواعد اللعبة أن اللاعب (س) قد خسر بقيمة الفرق بين الورقتين (٩ – ٩ = صفر).

* الخانة الرابعة بالمصفوفة : رمي اللاعب (س) ورقة تسعة سوداء ورمي اللاعب (ص) ورقة ثلاثة سوداء فهذا يعني طبقاً لقواعد اللعبة أن اللاعب (س) قد فاز بقيمة الفرق بين الورقتين (٩ – ٣ = ٦).

وبالتالي يمكن تحليل المباراة بالنسبة للاعب (س) كمايلي

إذا لعب اللاعب (س) بالورقة تسعة حمراء فإما لا يكسب أي شئ أو أن يخسر ٦ وذلك يتوقف علي ما يقوم اللاعب (ص) بلعبه.

أما إذا لعب اللاعب (س) بالورقة تسعة سوداء فهذا يعني أنه إما لا يكسب أي شئ أو يكسب ٦ وذلك يتوقف علي ما يقوم اللاعب (ص) بلعبه.

كما يمكن تحليل المباراة بالنسبة للاعب (ص) كمايلي

إذا لعب اللاعب (ص) بالورقة تسعة حمراء فإنه لا يكسب أي شئ في جميع الأحوال.

أما إذا لعب اللاعب (ص) بالورقة ثلاثة سوداء فهذا يعني أنه إما يخسر ٦ أو يكسب ٦ وذلك يتوقف علي ما يقوم اللاعب (س) بلعبه.

المدخل الرياضي لحل المثال السابق

يبني هذا الحل علي فكرة أن كل لاعب سوف يسعي إلي إما تعظيم الأرباح أو تقليل الخسارة أو الاثنين معاً وبالتالي سوف نعتمد علي معيار أكبر الأقل بمعني أننا سوف نبحث عن أقل قيمة في كل صف ثم نختار أكبر قيمة فيما بينهم ليكون الناتج هو عائد المباراة.

اللاعبون		اللاعب (ص)		معيار أكبر الأقل
		تسعة حمراء	ثلاثة سوداء	
اللاعب (س)	تسعة حمراء	صفر	-٦	-٦
	تسعة سوداء	صفر	٦	صفر

ثم نختار القيمة الأكبر من النواتج فنجدها عند الناتج (صفر) وبالتالي فقيمة هذه المباراة = صفر وبالتالي تسمي مباراة عادلة وفي هذه الحالة سوف يحاول اللاعب (س) أن يرمي الورقة (تسعة سوداء) بينما اللاعب (ص) سوف يرمي الورقة (تسعة حمراء).

مثال

لديك مصفوفة العوائد التالية لمباراة بين اللاعبين س ، ص
المطلوب تحديد نوع المباراة وقيمتها

	ص١	ص٢	ص٣	ص٤
س١	٧	١	٨	٤
س٢	٣	٢	٤	١٥
س٣	٥	١	٤-	٩

الحـــــــل

يتم اختيار أقل رقم من كل صف ثم يتم اختيار أكبرهم (أكبر الأقل)

يتم اختيار أكبر رقم من كل عمود ثم يتم اختيار أصغرهم (أقل الأكبر)

	ص١	ص٢	ص٣	ص٤	أكبر الأقل
س١	٧	١	٨	٤	١
س٢	٣	(٢)	٤	١٥	٢
س٣	٥	١	٤-	٩	٤-
أقل الأكبر	٧	٢	٨	١٥	

نوع المباراة صافية لوجود نقطة حل مشترك وقيمتها = ٢

وهنا يلجأ اللعب (س) إلي اختيار البديل الثاني وأيضاً سوف يلجأ اللاعب (ص) إلي اختيار البديل الثاني أيضاً.

قد نجد في بعض الأمثلة أننا لدينا عدد كبير من الصفوف والأعمدة في المباراة الواحدة ففي هذه الحالة يمكن اللجوء إلي ما يسمي بقوانين السيطرة.

قوانين السيطرة

عندما تكون مصفوفة المباريات كبيرة بشكل يصعب من حلها سواء كانت بها نقطة تلاقي أم لا فيمكن اللجوء لقوانين السيطرة لكي نتمكن من تصغير حجم المصفوفة وتتلخص قوانين السيطرة في النقاط التالية:

١ـ إذا كانت جميع عناصر أحد الصفوف مساوية أو تزيد عن العناصر المناظرة لها في أي صف اخر فإنه يمكن حذف هذا الصف صاحب العناصر الأصغر دون أن يؤثر ذلك علي نتيجة المباراة ، ويسمي الصف الأكبر بالمسيطر والصف الأصغر بالمسيطر عليه.

٢ـ إذا كانت جميع عناصر أحد الأعمدة مساوية أو تقل عن العناصر المناظرة لها في أي عمود اخر فإنه يمكن حذف هذا العمود صاحب العناصر الأكبر دون أن يؤثر ذلك علي نتيجة

المباراة، ويسمي العمود الأصغر بالمسيطر والعمود الأكبر بالمسيطر عليه.

٣- يتم حذف صف واحد ثم عمود واحد في كل مرة.

٤- يتم تكرار ذلك حتي نصل إلي المصفوفة الثنائية (صفين وعمودين) فهنا لا نستطيع شطب أي صف أو أي عمود إضافي.

مثال

لديك مصفوفة العوائد التالية لمباراة بين اللاعبين س ، ص المطلوب تحديد نوع المباراة وقيمتها مع تطبيق قوانين السيطرة إن أمكن

اللاعبون	ص١	ص٢	ص٣	ص٤
س١	٢٠	٧-	٨	صفر
س٢	٧	٦-	٢-	٩
س٣	٩	٥-	صفر	٧

الحـــــــل

نلاحظ أن جميع عناصر (أرقام) الاستراتيجية العمود ص٢ أقل من أو تساوي أرقام العمودين (الاستراتيجيتين) ص١ ، ص٤ ، وبالتالي فإن الاستراتيجية ص٢ تهيمن علي ص١ ، ص٤ وبالتالي يمكن حذف العمودين ص١ ، ص٤ تماما قبل بدء الحل فتصبح المصفوفة علي الشكل التالي

	ص٢	ص٣
س١	٧-	٨
س٢	٦-	٢-
س٣	٥-	صفر

نلاحظ في المصفوفة الجديدة أن جميع عناصر (أرقام) الاستراتيجية س٣ أكبر من أرقام الاستراتيجية س٢ وبالتالي فإن الاستراتيجية س٣ تهيمن علي س٢ وبالتالي يمكن حذف س٢ تماما من الحل لتصبح المصفوفة علي الشكل التالي

	ص٢	ص٣
س١	٧-	٨
س٣	٥-	صفر

عندما تصل المصفوفة إلي مصفوفة ثنائية نتوقف عن تطبيق قوانين السيطرة فلا نستطيع حذف أي صفوف أو اعمدة إضافية

نبدأ بعد ذلك بتطبيق معيار أكبر الأقل السابق توضيحه

	ص٢	ص٣	أقل الأكبر
س١	٧-	٨	٧-
س٣	(٥-)	صفر	٥-
أكبر الأقل	٥-	٨	

نوع المباراة صافية لوجود نقطة حل مشترك وقيمتها = ٥-

وهنا يلجأ اللعب (س) إلي اختيار البديل س٣ بينما سوف يلجأ اللاعب (ص) إلي اختيار ص٢ .

وللتأكد من أن قوانين السيطرة لا تغير من قيمة المباراة فيمكن حل المثال السابق دون اللجوء لقوانين السيطرة كمايلي

	ص١	ص٢	ص٣	ص٤	الأقل
س١	٢٠	٧-	٨	صفر	٧-
س٢	٧	٦-	٢-	٩	٦-
س٣	٩	(٥-)	صفر	٧	٥-
الأكبر	٢٠	٥-	٨	٩	

نلاحظ أن نتيجة المباراة = ٥- وذلك عندما يختار اللاعب س البديل س٣ بينما سوف يلجأ اللاعب (ص) إلي اختيار ص٢ .

٢ ـ مباريات الاستراتيجيات المختلطة

في هذا النوع من المباريات يتبع كل لاعب (متنافس) عدة استراتيجيات طوال وقت المباراة ويغيرها من وقت لاخر ، ولا تتحقق في هذه الحالة نقطة تلاقي للمباراة.

مثال

لديك مصفوفة العوائد التالية

البدائل		اللاعب (ص)	
		ص١	ص٢
اللاعب (س)	س١	٦	٢
	س٢	٤	٧

الحـــــــل

بتطبيق معيار أكبر الأقل للصفوف ومعيار أقل الأكبر للاعمدة فنجد

البدائل		اللاعب (ص)		الأقل
		ص١	ص٢	
اللاعب (س)	س١	٦	٢	٢
	س٢	٤	٧	٤
الأكبر		٦	٧	

نلاحظ من الأرقام السابقة أنه لا توجد نقطة تلاقي (نقطة توازن) وبالتالي لا توجد استراتيجية مطلقة بل توجد استراتيجية مختلطة وفي هذه الحالة يمكن الوصول لقيمة المباراة إما بإتباع الطريقة الحسابية أو الطريقة الجبرية.

* الطريقة الحسابية

أوضحنا أننا في حالة الاستراتيجية المختلطة سوف يتبع كل لاعب (متنافس) عدة استراتيجيات طوال وقت المباراة ويغيرها من وقت لاخر، فبالتالي سوف نحاول في البداية معرفة نسبة الوقت الذي سوف يستخدمه كل لاعب لكل بديل أمامه بالنسبة للوقت الكلي للمباراة تمهيداً لحساب قيمة المباراة ككل.

مع مراعاة قاعدة الإشارات بالنسبة للمصفوفة الثنائية وهي

البدائل		اللاعب (ص)	
		ص١	ص٢
اللاعب (س)	س١	+	-
	س٢	-	+

بفرض أننا لدينا المصفوفة التالية

البدائل		اللاعب (ص)	
		ص١	ص٢
اللاعب (س)	س١	أ	ب
	س٢	جـ	د

فإن اللاعب (س)

سيختار الصف الاول س١ عدد من المرات بنسبة = $\frac{د - جـ}{أ + د - ب - جـ}$

وسيختار الصف الثاني س٢ عدد من المرات بنسبة = $\frac{أ - ب}{أ + د - ب - جـ}$

أما اللاعب ص

سيختار العمود الاول ص١ عدد من المرات بنسبة = $\frac{د - ب}{أ + د - ب - جـ}$

وسيختار العمود الثاني ص٢ عدد من المرات بنسبة = $\frac{أ - جـ}{أ + د - ب - جـ}$

وتكون قيمة المباراة = $\frac{أد - جب}{أ + د - ب - جـ}$

فبفرض أننا بصدد لحل المثال السابق والتي توصلنا أنه لا يوجد به نقطة تلاقي للحل

البدائل		اللاعب (ص)	
		ص١	ص٢
اللاعب (س)	س١	أ = ٦	ب= ٢
	س٢	جـ = ٤	د= ٧

فيمكن الوصول لقيمة المباراة بتطبيق المعادلات السابقة كمايلي

فإن اللاعب (س)

س١ بنسبة = $\frac{د - جـ}{أ + د - ب - جـ} = \frac{٧ - ٤}{٦ + ٧ - ٢ - ٤} = \frac{٣}{٧}$

$$\text{س}_2 \text{ بنسبة} = \frac{\text{أ} - \text{ب}}{\text{أ} + \text{د} - \text{ب} - \text{جـ}} = \frac{٦ - ٢}{٦ + ٧ - ٢ - ٤} = \frac{٤}{٧}$$

هذا يعني أن اللاعب س سوف يستخدم الإستراتيجية الاولي س_1 بنسبة $\frac{٣}{٧}$ من وقت المباراة ككل بينما سيستخدم الاستراتيجية الثانية س_2 بنسبة $\frac{٤}{٧}$ من وقت المباراة ككل.

أما اللاعب ص

$$\text{ص}_1 \text{ بنسبة} = \frac{\text{د} - \text{ب}}{\text{أ} + \text{د} - \text{ب} - \text{جـ}} = \frac{٧ - ٢}{٦ + ٧ - ٢ - ٤} = \frac{٥}{٧}$$

$$\text{ص}_2 \text{ بنسبة} = \frac{\text{أ} - \text{جـ}}{\text{أ} + \text{د} - \text{ب} - \text{جـ}} = \frac{٦ - ٤}{٦ + ٧ - ٢ - ٤} = \frac{٢}{٧}$$

هذا يعني أن اللاعب ص سوف يستخدم الإستراتيجية الاولي ص_1 بنسبة $\frac{٥}{٧}$ من وقت المباراة ككل بينما سيستخدم الاستراتيجية الثانية ص_2 بنسبة $\frac{٢}{٧}$ من وقت المباراة ككل.

$$\text{وتكون قيمة المباراة} = \frac{\text{أد} - \text{جب}}{\text{أ} + \text{د} - \text{ب} - \text{جـ}}$$

$$\text{قيمة المباراة} = \frac{٦ \times ٤ - ٧ \times ٢}{٦ + ٧ - ٢ - ٤} = ٤,٨٥٧$$

* الطريقة الجبرية

حيث أننا نهتم بنسبة الوقت الذي سيستخدمه كل لاعب أمام كل بديل لديه فإذا كان أمام اللاعب الأول س بديلين وبفرض أنه سيلجأ للبديل الأول فترة من الوقت = ك فبالتالي سوف يلجأ للبديل الثاني فترة من الوقت = ١ – ك ، وبنفس المنطق بالنسبة للاعب الثاني ص سيلجأ للبديل الأول فترة من الوقت = ل فبالتالي سوف يلجأ للبديل الثاني فترة من الوقت = ١ – ل.

وبالتالي يمكن جعل مكاسب اللاعب س عندما يلعب ص بالعمود الأول مساوية لمكاسبه عندما يلعب ص بالعمود الثاني ويمكن توضيح ذلك رقمياً بالتطبيق علي نفس المثال السابق

البدائل		اللاعب (ص)	
اللاعب (س)		ص١ (ل)	ص٢ (١ – ل)
س١ (ك)		٦	٢
س٢ (١ - ك)		٤	٧

بالنسبة للاعب س

٦ ك + ٤ (١ – ك) = ٢ ك + ٧ (١ – ك)

٦ ك + ٤ – ٤ ك = ٢ ك + ٧ – ٧ ك

٢ ك + ٤ = - ٥ ك + ٧

$$٢ك + ٥ك = ٧ - ٤$$

$$٧ك = ٣ \qquad \text{إذن} \quad ك = \frac{٣}{٧}$$

$$\text{وبالتالي} \quad ١ - ك = ١ - \frac{٣}{٧} = \frac{٤}{٧}$$

وهي نفس النتيجة التي تم التوصل إليها بالطريقة الحسابية.

<u>بالنسبة للاعب ص</u>

$$٦ل + ٢(١ - ل) = ٤ل + ٧(١ - ل)$$

$$٦ل + ٢ - ٢ل = ٤ل + ٧ - ٧ل$$

$$٤ل + ٢ = -٣ل + ٧$$

$$٤ل + ٣ل = ٧ - ٢$$

$$٧ل = ٥ \qquad \text{إذن} \quad ل = \frac{٥}{٧}$$

$$\text{وبالتالي} \quad ١ - ل = ١ - \frac{٥}{٧} = \frac{٢}{٧}$$

وهي نفس النتيجة التي تم التوصل إليها بالطريقة الحسابية.

ويمكن حساب قيمة المباراة كمايلي

البدائل		اللاعب (ص)	
اللاعب (س)		ص١ $(\frac{٥}{٧})$	ص٢ $(\frac{٢}{٧})$
	س١ $(\frac{٣}{٧})$	٦	٢
	س٢ $(\frac{٤}{٧})$	٤	٧

قيمة المباراة $= \frac{٣}{٧}$ (٦ × $\frac{٥}{٧}$ + ٢ × $(\frac{٢}{٧}$) + $\frac{٤}{٧}$ (٤ × $\frac{٥}{٧}$ + ٧ × $(\frac{٢}{٧}$

$= ٤,٨٥٧$

وهي نفس نتيجة المباراة بالطريقة الحسابية

ثالثاً : المباريات التعاونية وغير التعاونية

يمكن تقسيم المباريات حسب طبيعتها إلي نوعين

١ـ مباريات غير تعاونية

هذه المباريات لا يوجد أي تنسيق أو تعاون أو تفاوض بين اللاعبين ويسعي كل لاعب لجعل ربحه أكبر ما يمكن .

٢ - مباريات تعاونية

هذه المباريات يمكن أن يكون فيها تنسيق أو تعاون أو تفاوض بين اللاعبين ويتم تكوين مجموعات ذات مصالح مشتركة ، ويمكن قياس تأثير التكامل في المباريات أو الزيادة التي يحصل عليها لاعب نتيجة إنضمام لاعب اخر معه عن طريق ما يسمي بالدالة المميزة.

الدالة المميزة

هي مجموعة دوال قابلة للجمع وتأخذ عدد من القيم تعادل عدد المجموعات التي يمكن أن يكونها لاعبو المباراة .

فمثلاً إذا كان هناك تنظيم يتكون من ٣ أقسام ١ ، ٢ ، ٣ فإن الدالة المميزة لهذا التنظيم تتحدد بثمانية قيم وهي

قيمة ١ بمفرده . قيمة ٢ بمفرده.

قيمة ٣ بمفرده. قيمة ١ ، ٢ متعاونين.

قيمة ١ ، ٣ متعاونين. قيمة ٢ ، ٣ متعاونين.

قيمة ١، ٢ ، ٣ متعاونين.

قيمة مجموعة لا تضم أي من اللاعبين وهذه المجموعة دائماً = صفر.

تمارين متنوعة

أولاً : وضح الصواب والخطأ مع التعليل لكل عبارة من العبارات التالية:

١. تعتبر نظرية المباريات وتحليل سلاسل ماركوف من أكثر النماذج المستخدمة في نماذج المنافسة .
٢. تهتم نظرية المباريات الاستراتيجية بدراسة المواقف التنافسية حينما يكون لدينا متخذ قرار واحد.
٣. العائد هي نتيجة المباراة وهي عبارة عن عائد أو منفعة لأحد اللاعبين وهي تتحدد بناء علي الاستراتيجية التي حددها اللاعب مسبقاً.
٤. فرض المعرفة بنظرية المباريات يعني أن كل لاعب يكون علي علم تام بوجود اللاعبين الاخرين ومصالحهم وأهدافهم في المباراة.
٥. فرض الرشد بنظرية المباريات يعني أن كل لاعب يكون علي علم تام بالبدائل (الاستراتيجيات) التي يمكن أن يختار فيما بينها.
٦. فرض القياس يعني يعني إمكانية تقييم وقياس نتيجة المباراة في صورة كمية أو وصفية سواء كانت ربح أم خسارة .
٧. مباريات الحظ بأنها تلك المباريات التي تعتمد كلية علي الحظ ولا دور فيها للمهارة.
٨. تخضع مباريات التنس لنوعية مباريات الحظ.

٩. تخضع مباريات الشطرنج لنوعية مباريات المهارة.
١٠. المباريات الاستراتيجية هي المباريات التي يمتزج فيها الحظ بالمهارة وتعتمد علي التداخل بين توقعات اللاعبين.
١١. تخضع المنافسات التجارية لنوعية مباريات الحظ والمهارة.
١٢. مباريات الاستراتيجيات المختلطة هي المباريات يتبع كل لاعب فيها استراتيجية واحدة طوال وقت المباراة ولا يغيرها.
١٣. مباريات الاستراتيجيات المطلقة هي المباريات يتبع كل لاعب فيها استراتيجية واحدة طوال وقت المباراة ولا يغيرها.

ثانياً : اسئلة المقال

١٤ – عرف نظرية المباريات وتكلم عن نشأتها تاريخياً؟
١٥ - ما هي فروض نظرية المباريات؟
١٦ – ما هي أنواع نظرية المباريات؟
١٨ – ما هو الفرق بين مباريات الحظ ومباريات المهارة؟
١٩ – ما هو الفرق بين الاستراتيجيات المطلقة والاستراتيجيات المختلطة؟
٢٠- تكلم عن فرض الرشد في نظرية المباريات؟
٢١ – ما هي قوانين السيطرة في نظرية المباريات؟
٢٢- عرف الدالة المميزة في نظرية المباريات؟

٢٣ ـ ما هو الفرق بين المباريات التعاونية والمباريات غير التعاوينة؟

ثالثاً : تمارين رقمية

٢٤ ـ حدد تحركات (قرارات)اللاعبين أ ، ب تبعاً لمعيار أقل الأكبر لجدول العائد التالي

	ب١	ب٢
أ١	٣	١-
أ٢	٤	٣

وما هي قيمة المباراة؟

٢٥ ـ لديك جدول المباراة التالية الذي يوضح اختيار تحركات مازن وحبيبة للكلية المفضلة لديهم فحدد تحركات مازن وحبيبة وما هي قيمة المباراة؟

قرارات مازن	قرارات حبيبة		
	كلية الطب	كلية الهندسة	كلية العلوم
كلية الطب	٣-	٢	٥
كلية الهندسة	٢-	١	٦
كلية العلوم	٣-	٣-	٧-

٢٦- لديك مصفوفة العوائد التالية لمباراة بين اللاعبين س ، ص المطلوب تحديد نوع المباراة وقيمتها

	ص١	ص٢	ص٣
س١	١	٣-	٥-
س٢	٢	١-	٢
س٣	٤	٣	٢-

طبق قوانين السيطرة إن أمكن.

٢٧ – أعد حل التمرين السابق باستخدام

أ- الطريقة الحسابية.

ب – الطريقة الجبرية.

الفصل الرابع

البرمجة الخطية

أهداف هذا الفصل

عند الانتهاء من هذا الفصل سوف يكون القارئ قادراً علي

١- التعرف علي مفهوم البرمجة الخطية واستخداماتها.

٢- التعرف علي شروط وفروض البرمجة الخطية.

٣- فهم العناصر الأساسية لنموذج البرمجة الخطية.

٤- معرفة طرق حل مشاكل البرمجة الخطية.

٥- حل مشاكل البرمجة الخطية بيانياً وجبرياً.

٦- حل مشاكل البرمجة الخطية بطريقة السمبلكس.

مقدمة

تعتبر النماذج الرياضية وما تحتويه من نماذج مختلفة وبالأخص نماذج البرمجة من أهم الأدوات لعلم بحوث العمليات خاصة عند الإهتمام بإيجاد البديل (البدائل) الممكنة للمشكلة في ظل قيود معينة تأخذ شكل معادلات أو متباينات ، ترجع بدايات الكتابات عن البرمجة لعام ١٩٤٧م حيث اكتشفها George Dantzig لحل مشاكل التخطيط الحربي والذي قدم بعد ذلك طريقة السمبلكس كإحدي طرق الحل في البرمجة.

أنواع البرمجة

١ - نموذج البرمجة الخطية :

تعتبر البرمجة الخطية من أهم نماذج بحوث العمليات عامة والبرمجة خاصة ، وتستخدم بصفة عامة لبيان البديل الأكثر كفاءة من ضمن طرق بديلة وذلك في ظل إمكانيات وموارد محدودة مثل إيجاد المزيج من المنتجات التي ينتجها مصنع معين لتحقيق أكبر ربح أو بأقل تكلفة طبقاً للمتاح من العمل والمواد الخام أو طريقة نقل منتجات من مناطق إنتاجية معينة إلى مناطق البيع بأقل تكلفة ممكنة.

٢ - برمجة الأهداف :

هي امتداد لأسلوب البرمجة الخطية، بينما تعبر دالة الهدف في البرمجة الخطية عن هدف واحد فقط كتعظيم الربح

أو تخفيض التكلفة ولكن في الحياة العملية نجد كثيراً من الحالات التي تتضمن تحقيق أهداف متعددة قد تكون متنافسة مثل تخفيض التكلفة وتحسين مستوى خدمة العمل وقد تكون ذات وحدات قياس مختلفة مثل تعظيم الربح وتعظيم عدد المستهلكين... الخ ويمكن دراسة هذه الحالات باستخدام أسلوب برمجة الأهداف.

ويتم صياغة برنامج الأهداف بتحديد الأهداف المراد تحقيقها والقيم المقابلة لكل هدف والتي تعرف بالقيم المستهدفة ثم يتم التعبير عن كل هدف بقيد يعرف بقيد الهدف في صورة معادلة تحتوى على متغيرين يمثل أحدهما الكمية الزائدة عن القيمة المستهدفة ويمثل الاخر الكمية الناقصة، ويعرف هذين المتغيرين بالمتغيرين الانحرافيين ، ويتم صياغة دالة الهدف في صورة تصغير مجموع متغيرات الانحرافات ويمكن تقدير معامل يقابل كل هدف يسمى معامل أولوية a priority factor يعكس درجة تفضيل متخذ القرار للهدف، وتشمل القيود الهيكلية لبرنامج الأهداف قيود البرنامج الأصلي بالإضافة إلى قيود الأهداف، ويتم حلة باستخدام طريقة السمبلكس وذلك بعد تعديلها حتى تأخذ في الاعتبار معاملات الأولوية.

٣- البرمجة الرقمية

في البرمجة الخطية تكون قيم الحل الأمثل في صورة أرقام صحيحة أو كسرية لأنها تعبر عن متغيرات منفصلة ، ولكن قد لا يناسب ذلك حالات معينة ، فمثلا عند اختيار

التشكيلة الأقل تكلفة من أنواع السيارات المطلوب شرائها طبقاً للتكلفة ووقت الصيانة والطاقة الاستيعابية لكل نوع ليس من المناسب أن تكون أعداد السيارات المطلوب شرائها من كل نوع في صورة أعداد كسرية فلابد أن تكون في صورة أرقام صحيحة ، وكذلك عند اختيار التشكيلة الأكثر ربحاً من المشروعات من بين مشروعات متعددة طبقاً للموارد المالية المتاحة بحيث يقابل كل متغير قراري مشروعاً معيناً يتم اختياره عندما تكون قيمته واحد ولا يتم اختياره عندما تكون قيمته صفر .

ويتم دراسة هذه المواقف باستخدام اسلوب البرمجة الرقمية الذي ينقسم إلى ثلاثة أقسام بحسب نوع المتغيرات القرارية التي يتضمنها البرنامج.

- البرمجة الرقمية العامة General integer programming وهى التي تكون قيم جميع المتغيرات فيها في صورة أرقام صحيحة.
- البرمجة الرقمية المزدوجه Binary integer programming وهى التي تكون قيم المتغيرات فيها إما صفر أو واحد .
- البرمجة الرقمية المختلطة Mixed integer programming

وهى التي تكون قيم بعض المتغيرات مستمرة وبعضها الآخر في صورة أرقام صحيحة.

لحل البرامج الرقمية التي تحتوى على متغيرين فقط يمكن استخدام الطريقة البيانية، ولكن عندما يكون عدد المتغيرات أكثر من اثنين يتم أولا حل البرنامج باستخدام طريقة السمبلكس ثم تستخدم احدي طرق الحل المعروف لإيجاد قيم المتغيرات في صورة صحيحة مثل طريقة القطع cutting method وهى تتضمن الحذف المتتالي لأجزاء من منطقة الحلول الممكنة الممثلة للقيود بإضافة قيود جديدة وكذلك طريقة التفرع والحد branch and bound method ويعيب طرق حل البرنامج الرقمي إنها تتطلب عدداً كبيراً من الخطوات خاصة مع زيادة عدد المتغيرات.

٤- البرمجة غير الخطية

تكون دالة الهدف وجميع القيود الهيكلية في نموذج البرمجة الخطية علي شكل دالة خطية (معادلات من الدرجة الأولي) ويعني ذلك أن معاملات المتغيرات في دالة الهدف وكذلك في القيود الهيكلية تكون متناسبة مع قيمة المتغير المقابل، فعلي سبيل المثال إذا كان ربح الوحدة من منتج معين ٧ جنيهات فإن ربح ٥ وحدات هو ٣٥ جنيهاً وربح ١٠٠ وحدة هو ٧٠٠ جنيهاً وهكذا، ومن ناحية أخرى إذا كان المطلوب ١٠ وحدات من مورد معين لإنتاج وحدة من منتج معين فإنه يلزم ١٠٠ وحدة من المورد لإنتاج ١٠ وحدات من هذا المنتج وهكذا.

ولكن يلاحظ أن هناك مواقف كثيرة في مجالات تخصيص الموارد وتخطيط الاستثمار وغيرها ينتج من صياغتها علاقة أو أكثر من العلاقات في صورة غير خطية ويسمى النموذج في هذه الحالة البرنامج غير الخطي، ويعتمد حله بصفة عامة على حساب التفاضل لإيجاد قيم المتغيرات التي تحقق النهايات العظمى أو الصغرى لدالة الهدف وذلك باستخدام مضاعفات لاجرانج .

٥- البرمجة التربيعية

هي حالة خاصة من نموذج البرمجة غير الخطية مثل نموذج سلوك المستهلك الذي تكون فيه دالة المنفعة (دالة الهدف) في صورة تربيعية ودالة الميزانية في صورة خطية وكذلك نموذج المنشأة عندما تكون كمية الطلب دالة خطية في السعر وبالتالي تكون دالة العائد (دالة الهدف) في صورة تربيعية والقيود المرتبطة بالإنتاج (القيود الهيكلية) في صورة علاقات خطيه ونماذج توزيع المحافظ portfolios models التي تكون دالة الهدف فيها مكونه من جزأين يمثل احدهما العائد المتوقع من المحفظة الذي يكون في صورة خطيه ويمثل الآخر تباين قيمة المحفظة الذي يكون في صورة تربيعية ، وكذلك نماذج توزيع الموارد على المشروعات على المستوى القطاعي والإقليمي وغيرها .

ومن طرق الحل المعروفة في هذا المجال طريقة method Wolfe's for Q.p. وهى تعتمد على استخدام مضاعفات لاجرانج وشروط كون توكر بالإضافة إلى طريقة السمبلكس.

٦- البرمجة العشوائية

تظل معاملات المتغيرات في دالة الهدف وفي القيود الهيكلية في البرمجة الخطية لا تتغير ، ولكن في الحياة العملية قد يتغير بعض أو جميع هذه المعاملات نتيجة لعوامل خارجة عن إرادة متخذ القرار مثل تغير معدلات الربح أو التكلفة أو تغير معدلات استخدام الموارد في العملية الإنتاجية أو تغير الموارد المتاحة نتيجة تأخر وصولها وغيرها من العوامل، لذلك يكون من المفيد دراسة أثر التغير في هذه المؤشرات على الحل الأمثل والذي يعرف بتحليل الحساسية .

٧- البرمجة الديناميكية

تستخدم البرمجة الديناميكية لإيجاد الحل الأمثل في المواقف متعددة الخطوات والتي تتضمن مجموعة من القرارات المرتبطة وذلك باستخدام منهج الاستنتاج من الخلف للأمام ولصياغة البرنامج الديناميكي لمشكلة معينة يتم تجزيئها إلى خطوات ترتبط بمعيار معين حسب طبيعة الموقف محل الدراسة، وعند كل خطوة تعرف مجموعة من الحالات ويتفرع من كل حالة مجموعة من القرارات الممكنة ويحدد مقياس الفعالية في صورة تكلفة أو ربح أو وقت أو أي مقياس آخر

ويسمى دالة العائد Retum Function والقرار الأمثل في كل حالة هو الذي يحقق القيمة المثلى لدالة العائد في الحالة السابقة. وقد طبق أسلوب البرمجة الديناميكية بنجاح في مجال تحليل شبكات الأعمال وضبط الإنتاج والمخزون وفي دراسة مواقف كثيرة مرتبطة بتخصيص الموارد.

تعريف البرمجة الخطية

تتعدد تعاريف البرمجة الخطية وسوف يتم التطرق للعديد منها فهي علي سبيل المثال

- أسلوب رياضي لتخصيص الموارد النادرة أو المحدودة لتحقيق هدف محدد، حيث يمكن التعبير عن كل من الهدف و القيود التي تحيط بتحقيقه في صورة متباينات ومعادلات خطية.
- أسلوب تحليلي كمي تم استخدامه في العلوم الطبيعية والهندسية قبل إستخدامه في العلوم الاجتماعية والإدارية ، وهي من النماذج المؤكدة وليست من النماذج الاحتمالية،وهي أحد فروع وأنواع البرمجة الرياضية.
- أداه تهدف إلى استغلال الموارد المتاحة للمنشاة من قوة عاملة ومواد أولية وغيرها لتحقيق أكبر عائد ممكن.
- اسلوب من الأساليب الكمية التي تصمم وتستخدم بغرض مساعدة المنظمة في تخصيص مواردها المحدودة.
- أسلوب رياضي يحقق الإستغلال الأمثل لموارد المؤسسة محققاً هدف الحصول علي أقصي ربح ممكن أو أقل

تكلفة ممكنة مع ملاحظة أن العلاقات المستخدمة بين المتغيرات هي علاقات خطية (من الدرجة الأولي) وذات خطط بديلة متنافسة وأن تكون قابلة للقياس الكمي.

- أية طريقة يمكن بها الوصول إلي متي تأخذ أية دالة خطية مكونة من عدة متغيرات قيمة قصوى، وما هي هذه القيمة القصوى عندما تكون المتغيرات غير سالبة وتحقق في نفس الوقت عدداً من القيود فى شكل معادلات أو متباينات خطية.

- عبارة عن طريقة أو أسلوب رياضي يستخدم للمساعدة في التخطيط وإتخاذ القرارات المتعلقة بالتوزيع الأمثل للموارد المتاحة، وذلك بهدف زيادة الأرباح أو تخفيض التكاليف.

مما سبق يتضح أن لفظ البرمجة الخطية يعني بأداء أي عمل بأفضل الوسائل مما يعني في حد ذاته البحث عن الحدود الدنيا أو القصوى، فعندما تتعلق المشكلة بالتكاليف فإن الهدف عادة يكون الوصول إلى الحد الأدنى وإذا تعلق الأمر بالأرباح فإن الهدف يكون هو الوصول إلى الحد الأقصى.

وأري أنه يمكن دمج جميع التعاريف السابقة في التعريف التالي حيث يمكن تعريف البرمجة الخطية بأنها "إحدي النماذج الرياضية لبحوث العمليات والتي تستخدم لحل المشاكل التي تهدف لتدنية أو تعظيم بعض الكميات من خلال إيجاد بديل أو بدائل مثلي تنجح في توزيع الموارد المحدودة علي الإستخدامات المتنافسة في ظل معادلات ومتباينات خطية".

استخدامات البرمجة الخطية

تتعدد استخدامات البرمجة الخطية في العديد من المجالات منها

١. المفاضلة بين انتاج منتج واحد أو مزيج من المنتجات والكمية المثلي للإنتاج في كل حالة.
٢. المفاضلة بين طرق تصنيع مختلفة وتحديد النسب التي تحقق الهدف المراد عند الإعتماد علي أكثر من طريقة تصنيع.
٣. المفاضلة بين أنواع مختلفة من الالات المستخدمة في الإنتاج.
٤. تحديد كيفية توزيع الموارد المتاحة من عمالة أو عدد ساعات عمل بين المنتجات المختلفة.
٥. في المجال الطبي يمكن للطبيب استخدام البرمجة الخطية في تحديد نسب مكونات الغذاء الذي يتناوله شخصاً ما للحصول علي أقل وزن مثالي.
٦. في المجال الزراعي يمكن للمهندس الزراعي استخدام البرمجة الخطية في تحديد نسب الأنواع المختلفة من مخصبات الأسمدة والتي تمكننا من تخصيب أكبر قدر من الأراضي الزراعية بجودة عالية، أو بأقل تكلفة ممكنة.

يتضح مما سبق الاستخدامات العديدة للبرمجة الخطية في العديد من المجالات.

شروط البرمجة الخطية

١- أن تكون هناك محدودية في الموارد المتاحة، وبالتالي يوجد منافسة علي إستغلالها بمعني أنه لو تم الإستعانة بقدر معين من الموارد لتحقيق نشاط معين سوف يؤدي لذلك عجز تلك الموارد عن تحقيق أنشطة أخري، كما أنه إذا توافرت الموارد بشكل كبير فهذا يعني أنه لا توجد مشكلة في الأساس تحتاج إلي حلول، وتفقد البرمجة الخطية هدف الإستعانة بها.

٢- وجود هدف محدد بطريقة كمية وبشكل محدد وخطي وأن يأخذ شكل معادلة من الدرجة الأولي وهذا الهدف قد يكون تعظيم (زيادة) الأرباح أو الإنتاج وغيرها ، وقد يكون الهدف هو تدنية (تخفيض) التكاليف أو الخسائر وغيرها.

٣- وجود قيود (محددات) يمكن التعبير عنها بمتباينات أو معادلات خطية.

٤- وجود بدائل مختلفة يتم الاختيار فيما بينها لتحقيق الهدف المراد وأن يكون لكل بديل عائد متوقع.

فروض البرمجة الخطية

١ـ عند الإستعانة بالبرمجة الخطية يجب التأكد من أن اتخاذ القرارات هنا تحدث في ظل التأكد التام بمعني يجب أن تكون هناك معرفة مسبقة بعدد المتغيرات ومعاملاتها وقيمها وكذلك معرفة مسبقة بالقيود ومعاملاتها أيضاً، والتأكد التام من استمرارية هذه القيم أثناء فترة علاج المشكلة، وأيضاً المعرفة التامة بما سيحدث من ظروف وعلاقات في المستقبل.

وحيث أن هذه الفرضية غير واقعية في كثير من الأحيان خاصة في الحياة العملية حيث أننا جميعاً نعيش في ظل حالة من عدم التأكد في حياتنا ولذلك تم اللجوء لدراسة تحليل الحساسية لمعالجة هذه الإشكالية.

٢ـ عند الإستعانة بالبرمجة الخطية يجب التأكد من التناسبية بين الموارد والإستخدامات وأيضاً التأكد من خطية العلاقات ، بمعني أنه إذا كانت وحدة واحدة من منتج معين تحتاج إلي ٥٠ جرام من مادة خام ما فمن البديهي أن نحتاج إلي ١٠٠ جرام لإنتاج وحدتين من نفس المنتج السابق مع ثبات الظروف والعوامل الأخري، حيث أن المشاكل الواقعية قد تتضمن وجود علاقات غير خطية بين متغيراتها ، لذلك تم تطوير أساليب البرمجة غير الخطية كالبرمجة التربيعية.

٣- عند الإستعانة بالبرمجة الخطية يجب أن يتوافر في المتغيرات صفة القابلية للإضافة أو النقصان وهذه الفرضية لها دور هام في تحديد المزيج الإنتاجي الأمثل الذي يحقق أعلي العوائد أو أقل التكاليف.

٤- عند الإستعانة بالبرمجة الخطية يجب أن يتوافر في المتغيرات صفة الكسرية بمعني قبول أن تكون النتائج بها كسور وليست بالضرورة أن تكون أرقام صحيحة فقط، ولكن هنا قد نقع في إشكالية وجود متغيرات لا تقبل أن تكون نواتجها كسور مثل عدد الأفراد في أسرة معينة ، عدد الثلاجات الواجب إنتاجها، وغيرها من المتغيرات المنفصلة، وللتعامل مع هذه الإشكالية يمكن حلها عن طريق تقريب الحل الأمثل للأدني لكي لا يتجاوز منطقة الحلول الممكنة أو الإستعانة ببرمجة الأعداد الصحيحة.

٥- عند الإستعانة بالبرمجة الخطية يجب أن يتوافر في المتغيرات صفة عدم السلبية بمعني أن تكون جميع النواتج موجبة أو صفرية فلا يمكن قبول حجم إنتاج بقيم سالبة.

العناصر الأساسية لنموذج البرمجة الخطية

١- **دالة الهدف** هي عبارة عن دالة رياضية خطية نرمز لها بالرمز ر أو Z وهي تمثل الهدف المراد تحقيقه ، وتأخذ دالة الهدف الشكل العام التالي

$$ر = أ_1 س_1 + أ_2 س_2 + ... + أ_ن س_ن$$

حيث أن $س_1$ ، $س_2$ ، .....، $س_ن$ تمثل متغيرات القرار ، بينما $أ_1$ ، $أ_2$ ، ..... ، $أ_ن$ تمثل معاملات تلك المتغيرات .

وقد يكون الهدف المراد تحقيقه هو تعظيم الأرباح لمنتجات معينة وبالتالي تكون دالة الهدف علي الشكل

$$تعظيم \quad ر = أ_1 س_1 + أ_2 س_2 + ... + أ_ن س_ن$$

وهنا تكون قيم $أ_1$ ، $أ_2$ ، ..... ، $أ_ن$ هي قيم ربح الوحدة الواحدة من المنتجات $س_1$ ، $س_2$ ، .....، $س_ن$.

وقد يكون الهدف المراد تحقيقه هو تخفيض التكاليف أو تخفيض خسائر منتجات معينة وبالتالي تكون دالة الهدف علي الشكل

$$تخفيض \quad ر = أ_1 س_1 + أ_2 س_2 + ... + أ_ن س_ن$$

وهنا تكون قيم $أ_1$ ، $أ_2$ ، ..... ، $أ_ن$ هي قيم تكلفة الوحدة الواحدة من المنتجات $س_1$ ، $س_2$ ، .....، $س_ن$.

٢ ـ المتغيرات

هي الكميات التي تحتاج الى قيم مثلى وتأخذ الرموز $س_1$ ، $س_2$ ، .....، $س_ن$ حيث $س_ن$ تمثل المتغيرات داخل

المشكلة المراد حلها بينما ن تمثل عدد هذه المتغيرات ، وهذه المتغيرات إما أن تكون صفرية أو موجبة (شرط عدم السلبية) ، هذه المتغيرات قد تمثل الكميات لانتاج منتجات مختلفة أو قد تمثل الكميات من المواد الخام لانتاج منتج نهائي أو قد تعبر عن عدد ساعات العمل في أقسام معينة لأداء مهمة معينة

٣- القيود

هي العلاقات والشروط الحاكمة بين المتغيرات وبعضها البعض وقد يتم التعبير عنها بمعادلات أو متباينات وإن كان يغلب عليها شكل المتباينات ، تأخذ المتباينات علامة (أصغر من) أو (أصغر من أو تساوي) في حالة إذا كان نوع دالة الهدف هو(تعظيم) علي الشكل :

مجـ أن م س م ≥ ك ن ن = ١ ، ٢ ،.... ، م

بينما تأخذ المتباينات علامة (أكبر من) أو (أكبر من أو تساوي) في حالة إذا كان نوع دالة الهدف هو (تخفيض) علي الشكل :

مجـ أن م س م ≤ ك ن ن = ١ ، ٢ ،.... ، م

حيث ك ن هي أعداد حقيقية موجبة تعبر عن الموارد المتاحة لكل قيد من قيود المشكلة.

ويضاف إلي القيود الموجودة بالمشكلة قيد لابد من وجوده ويعتبر أحد فروض البرمجة الخطية السابق ذكرها وهو قيد عدم السلبية والذي يعني بأن تكون جميع النواتج موجبة أو صفرية ويأخذ القيد الشكل التالي في جميع نماذج البرمجة الخطية

$$س_ن \geq صفر$$

طرق حل مشاكل البرمجة الخطية

١. الطريقة البيانية (يفضل استخدامها في حالة وجود متغيرين فقط)
٢. الطريقة الجبرية.
٣. طريقة السمبلكس(يفضل استخدامها في حالة وجود أكثر من متغيرين).
٤. طرق التفاضل الكلي ودالة لاجرانج (يفضل استخدامها مع الدوال غير الخطية)
٥. طرق كون توكر (يفضل استخدامها إذا كانت العلاقات تأخذ شكل الدالة التربيعية)

فيمايلي شرح مبسط مع توضيح بالأمثلة المختلفة لكل طريقة من الطرق السابقة.

أولاً : الطريقة البيانية

هي طريقة سهلة لحل مشاكل البرمجة الخطية التي تشمل متغيرين فقط خاصة عند التعامل يدوياً للتعامل مع هذه الطريقة، حيث أننا عندما نلجأ يدوياً للرسم البياني فيمكن التعامل علي الرسم من خلال محورين متعامدين فقط وهما المحور السيني والمحور الصادي، كما يمكن أيضاً اللجوء لهذه الطريقة في حالة ثلاث متغيرات ولكن يصعب ذلك يدوياً وهنا يمكن اللجوء لبرامج الحاسب الالي المختصة بذلك حيث من السهولة بمكان توضيح ذلك بالأشكال المجسمة المختلفة.

ويمكن توضيح خطوات حل أي مشكلة برمجة خطية بواسطة الطريقة البيانية بالخطوات التالية

- تحديد المشكلة وصياغتها رياضياً .
- تحديد دالة الهدف بدقة علي أن يكون التعامل مع متغيرين فقط.
- تحديد القيود (المتباينات) بدقة وتحويلها إلي معادلات.
- رسم محورين متعامدين (المحور السيني x ، المحور الصادي y) كل محور منهما يمثل أحد المتغيرين في دالة الهدف.
- حل كل معادلة علي حدة عن طريق إفتراض قيمة صفرية للمتغير س أو X واستنتاج قيمة المتغير ص أو y المقابلة ، ثم إفتراض قيمة صفرية للمتغير ص أو y ثم استنتاج قيمة المتغير س أو X المقابلة .

- رسم خط مستقيم يعبر عن نقطتي الحل المستخرجة من كل معادلة ويتم رسم هذا الخط المستقيم علي الرسم البياني، مع تخيل المنطقة التي سيتوافر بها حل هذه المعادلة حسب علامة المتباينة الخاصة بهذه المعادلة.
- يتم تكرار رسم خط مستقيم لكل قيد (لكل معادلة علي حدة) إلي أن يتم الإنتهاء من تمثيل كل القيود بيانياً.
- تحديد منطقة الحلول الممكنة والتي تحقق جميع شروط المشكلة ولا تخل بأي شرط منها، هذه المنطقة هي المنطقة الممثلة لأقرب النقاط من نقطة الأصل (نقطة تقاطع المحورين) وذلك إذا كان الهدف من الدالة هو تعظيم الأرباح، بينما تكون منطقة الحلول الممكنة هي المنطقة الممثلة لأبعد النقاط عن نقطة الأصل إذا كان الهدف من الدالة هو تخفيض الخسائر أو تخفيض التكاليف.
- اختبار قيم المتغيرات عند كل نقطة من نقاط الحلول الممكنة وذلك عن طريق التعويض بقيمة هذه النقطة في دالة الهدف المحددة مسبقاً
- اختيار النقطة (الحل) الذي يحقق أكبر قيمة لدالة الهدف إذا كان هدف الدالة هو التعظيم ، بينما نختار النقطة (الحل) الذي يحقق أصغر قيمة لدالة الهدف إذا كان هدف الدالة هو التخفيض.

قبل عرض مشكلات كاملة علي شكل أمثلة وتمارين مختلفة وكيفية تمثيل هذه المشكلات بيانياً، سوف يتم التعرض لبعض القيود البسيطة وكيفية تمثيلها بيانياً .

مثال

بفرض أننا نريد تمثيل القيد التالي

$$٣س + ٢ص \geq ١٢$$

في البداية يتم تحويل هذه المتباينة إلي معادلة فتصبح علي الشكل التالي ٣س + ٢ص = ١٢ ثم نقوم بحل هذه المعادلة كما هو موضح مسبقاً .

في البداية نضع س = صفر وبالتعويض في المعادلة

٣(صفر) + ٢ص = ١٢ وبالتالي ٢ص = ١٢

ثم بقسمة الطرفين ÷ ٢ فتكون ص = ٦

وبالتالي نحصل علي إحدي نقطتي حل هذه المعادلة وهي النقطة (صفر ، ٦) حيث س = صفر ، ص = ٦

يتم تكرار ما سبق ولكن مع افتراض وضع ص = صفر وبالتعويض في المعادلة

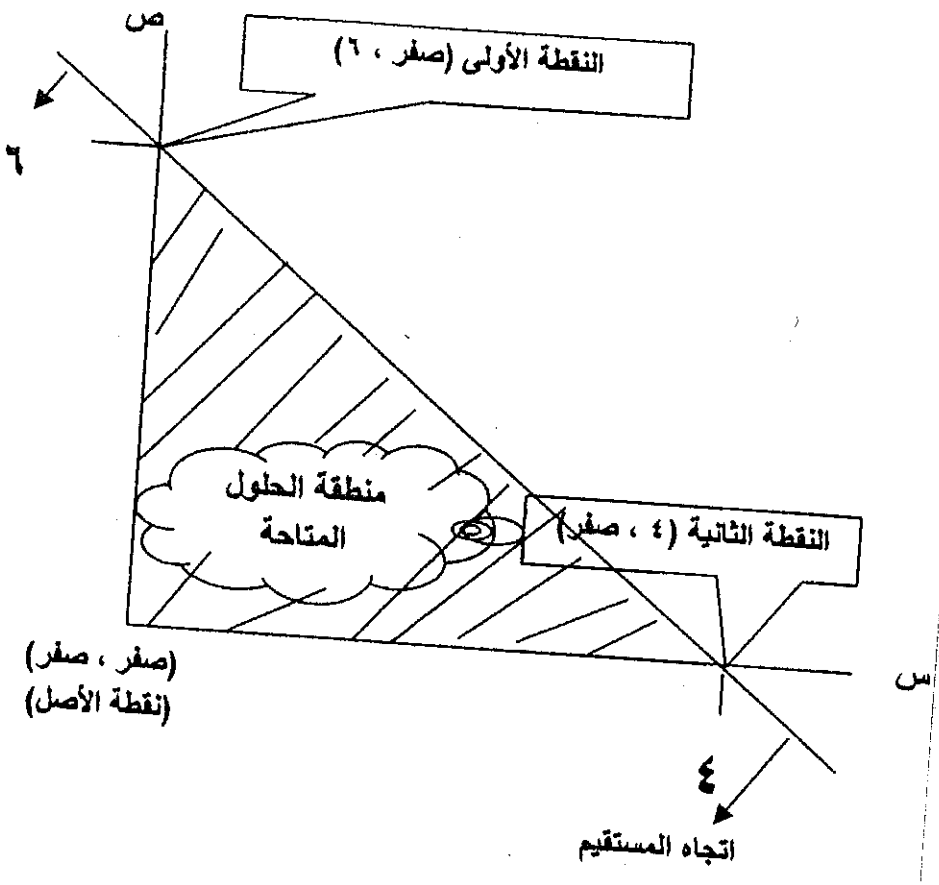
٣س + ٢(صفر) = ١٢ وبالتالي ٣س = ١٢

ثم بقسمة الطرفين ÷ ٣ فتكون س = ٤

وبالتالي نحصل علي النقطة الثانية لحل هذه المعادلة وهي النقطة (٤ ، صفر) حيث س = ٤ ، ص = صفر

وتم تظليل المنطقة القريبة من نقطة الأصل وذلك لكون علامة المتباينة (أصغر من أو تساوي).

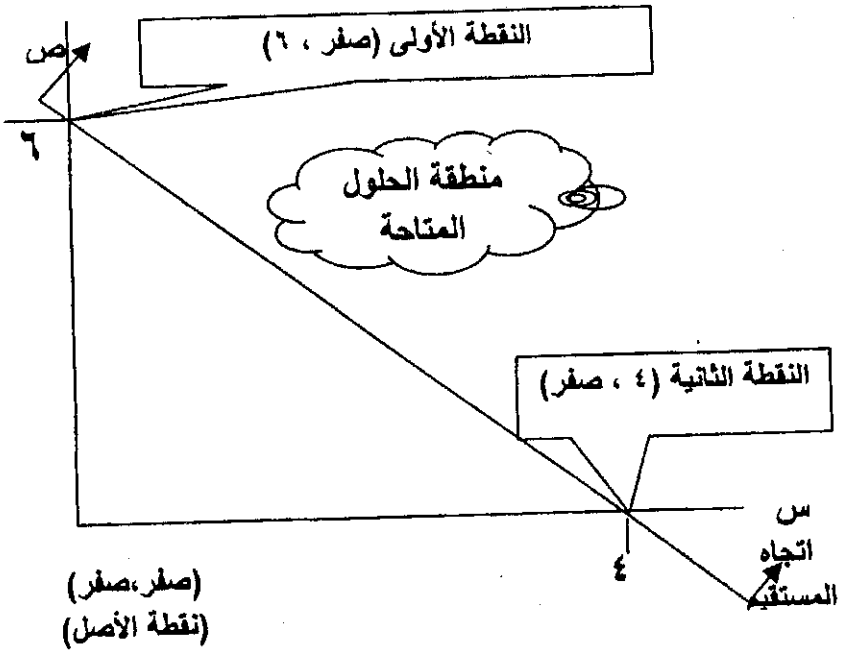
وبالتالي يكون تمثيلها بيانياً علي الشكل التالي



وبفرض أننا نريد تمثيل نفس القيد السابق مع عكس علامة المتباينة ليصبح القيد علي الشكل التالي

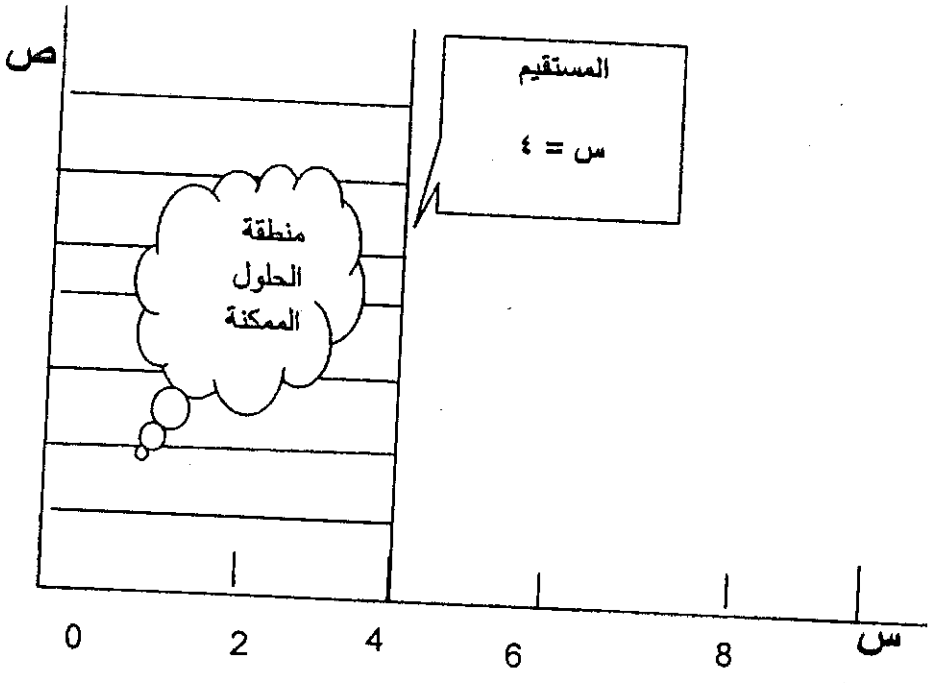
$$٣س + ٢ص \leq ١٢$$

فيكون الحل كما بينا مسبقاً من حيث تحديد نقطتي الخط المستقيم ولكن سيكون الإختلاف في تحديد منطقة الحلول الممكنة حيث سيكون الحل هو المنطقة البعيدة عن نقطة الأصل فيكون الرسم البياني كمايلي



مثال

بفرض أننا نريد تمثيل القيد التالي **٣س ≥ ١٢** في البداية يتم تحويل هذه المتباينة إلي معادلة فتصبح علي الشكل التالي ٣س = ١٢ ثم نقوم بحل هذه المعادلة عن طريق قسمة الطرفين ÷ ٣ فتكون س = ٤ وبالتالي نحصل علي نقطة واحدة للحل وهي (٤ ، صفر) حيث س = ٤ ، ص = صفر وذلك لعدم وجود ص وفي هذه الحالة يتم تمثيل هذا القيد عن طريق رسم خط رأسي يبدأ عند س = ٤ وموازي للمحور الصادي وتكون منطقة الحلول الممكنة يسار الخط الرأسي كما هو موضح بالرسم البياني التالي

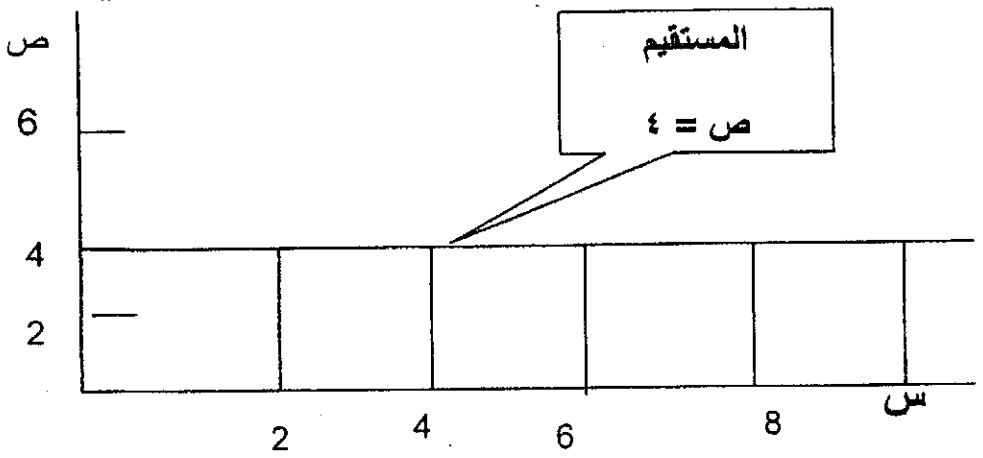


بينما تكون منطقة الحلول الممكنة في اتجاه يمين الخط الرأسي إذا كان القيد يأخذ الشكل ٣س ≤ ١٢

مثال

بفرض أننا نريد تمثيل القيد التالي **٢ص ≥ ٨**

في البداية يتم تحويل هذه المتباينة إلي معادلة فتصبح علي الشكل التالي ٢ص = ٨ ثم نقوم بحل هذه المعادلة عن طريق قسمة الطرفين ÷ ٢ فتكون ص = ٤ وبالتالي نحصل علي نقطة واحدة للحل وهي (صفر ، ٤) حيث س = صفر ، ص = ٤ وذلك لعدم وجود س وفي هذه الحالة يتم تمثيل هذا القيد عن طريق رسم خط أفقي يبدأ عند ص = ٤ وموازي للمحور السيني وتكون منطقة الحلول الممكنة أسفل الخط الأفقي كما هو موضح بالرسم البياني التالي



بينما تكون منطقة الحلول الممكنة في اتجاه أعلي الخط الأفقي إذا كان القيد يأخذ الشكل $٢ص \leq ٨$

مثال

شركة تقوم بإنتاج نوعين من هياكل الدرجات الأول نوع فاخر والثاني نوع عادي ويتم إنتاجهم باستخدام نوعين من المواد الخام وهي الألومونيوم والحديد وكان ربح الوحدة من الهياكل الفاخرة ١٠جنيه ، وربح الوحدة من الهياكل العادية ١٥جنيه.

وكانت الهياكل الفاخرة تحتاج إلي ٢ كجم من الألومنيوم و٣ كجم من الحديد بينما الهياكل العادية تحتاج إلي ٤ كجم من الألومنيوم و ٢ كجم من الحديد

ما هو عدد الهياكل من كل نوع التي يجب على الشركة إنتاجها علماً بان إجمالي الألومنيوم المستخدم في الأسبوع لا يتعدى ١٠٠ كجم وان إجمالي الحديد الصلب المستخدم في الأسبوع لا يتعدى ٩٠ كجم وذلك لتعظيم ربح الشركة. كون النموذج الرياضي للمشكلة بيانياً؟

يمكن تلخيص الحل في الخطوات التالية

١- تحديد دالة الهدف

في البداية يتم إعطاء الهياكل الفاخرة رمز (س) والهياكل العادية رمز (ص) ثم يتم تحديد دالة الهدف والتي تأخذ الشكل التالي ر = ١٠ س + ١٥ ص وهدفها هو تعظيم الأرباح للشركة.

٢- تلخيص المشكلة

من الممكن تلخيص بيانات المشكلة في الجدول التالي

	هياكل فاخرة (س)	هياكل عادية (ص)	المتاح من الموارد
الألومنيوم	٢	٤	١٠٠
الحديد	٣	٢	٩٠
ربح الوحدة	١٠	١٥	

٣- تحديد القيود (المتباينات)

القيد الأول ٢ س + ٤ ص ≤ ١٠٠

القيد الثاني ٣ س + ٢ ص ≤ ٩٠

قيد عدم السلبية س ، ص ≤ صفر

٤ـ تحويل المتباينات إلى معادلات

المعادلة الأولى ٢ س + ٤ ص = ١٠٠

المعادلة الثانية ٣ س + ٢ ص = ٨٠

٥ـ حل المعادلات واستنتاج النقاط

المعادلة الأولي ٢ س + ٤ ص = ١٠٠

بوضع س = صفر

بالتعويض في المعادلة السابقة نستنتج أن ص = ٢٥

بوضع ص = صفر

بالتعويض في المعادلة السابقة نستنتج أن س = ٥٠

وبالتالي يمكن تحديد نقطتي الخط المستقيم الأول وهما

النقطة (صفر ، ٢٥) ، النقطة (٥٠ ، صفر)

المعادلة الثانية ٣ س + ٢ ص = ٩٠

بوضع س = صفر

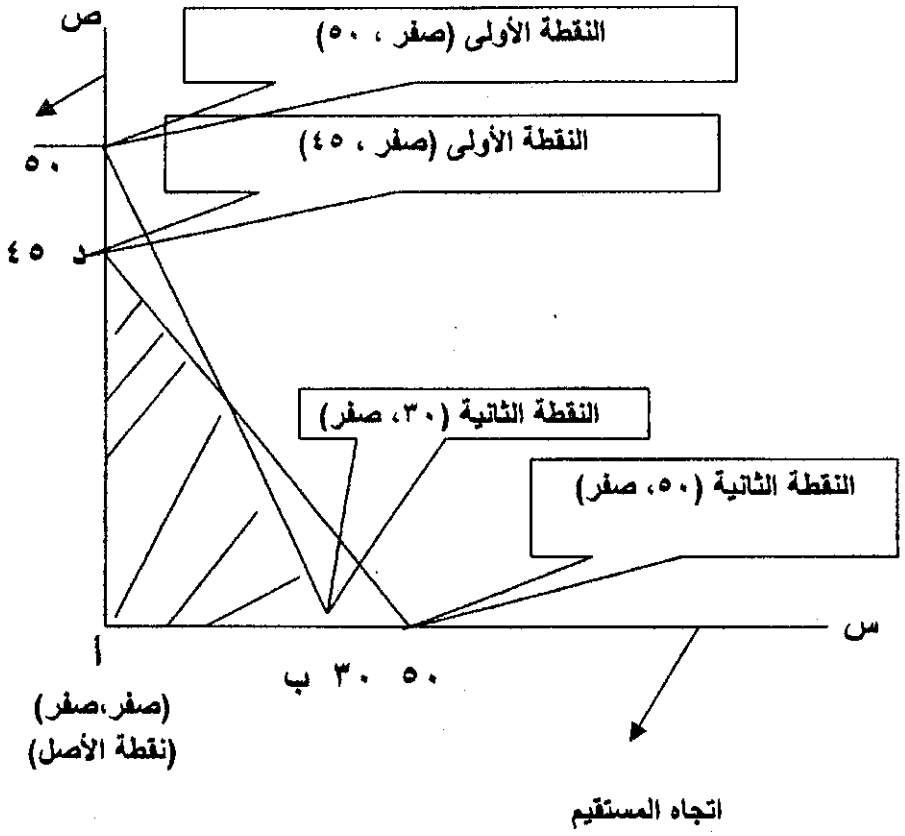
بالتعويض في المعادلة السابقة نستنتج أن ص = ٤٥

بوضع ص = صفر

بالتعويض في المعادلة السابقة نستنتج أن س = ٣٠

وبالتالي يمكن تحديد نقطتي الخط المستقيم الثاني وهما النقطة (صفر ، ٤٥) ، النقطة (٣٠ ، صفر).

٦- رسم الخطوط المستقيمة وتحديد منطقة الحلول الممكنة



وتم تظليل منطقة الحلول الممكنة أ ب ج د وهي المنطقة الأقرب لنقطة الأصل وذلك لأن هدف الدالة هو التعظيم وأيضاً لأن جميع علامات المتباينات أصغرمن أو يساوي.

وحيث أنه يمكن بسهولة تحديد احداثيات النقاط أ و ب و د بينما يصعب تحديد احداثيات النقطة ج علي وجه التحديد لإختلاف دقة الرسوم البيانية من شخص لاخر وللتغلب علي هذه المشكلة يمكن إيجاد قيمة النقطة ج عن طريق إستخدام القيمة الجبرية عن طريق حل المعادلتين معاً وتوجد عدة طرق لحل المعادلتين ٢ س + ٤ ص = ١٠٠، ٣ س + ٢ ص = ٨٠

فيمكن حل المعادتين انياً وذلك بضرب المعادلة الثانية × ٢
فيتحول شكلها إلي ٦ س + ٤ ص = ١٦٠

وبطرح المعادلتين

$$\begin{array}{rl} ٦\text{ س} + ٤\text{ ص} = ١٦٠ & \\ ٢\text{ س} + ٤\text{ ص} = ١٠٠ & (-) \\ \hline ٤\text{ س} = ٦٠ & \end{array}$$

وبقسمة الطرفين ÷٤

فنحصل علي س = ١٥

وبالتعويض في أي معادلة من المعادلتين

فنحصل علي ص = ١٧,٥

وبالتالي فإن النقطة ج = (١٥ ، ١٧,٥)

وتوجد طرق مختلفة أخري لحل المعادلتين منهم طريقة المحددات السابق دراستها في مراحل سابقة

$$\Delta = \begin{vmatrix} ٢ & ٤ \\ ٣ & ٢ \end{vmatrix} = ٢ \times ٢ - ٣ \times ٤ = -٨$$

$$\Delta س = \begin{vmatrix} ١٠٠ & ٤ \\ ٨٠ & ٢ \end{vmatrix} = ١٠٠ \times ٢ - ٨٠ \times ٤ = -١٢٠$$

$$\Delta ص = \begin{vmatrix} ٢ & ١٠٠ \\ ٣ & ٨٠ \end{vmatrix} = ٢ \times ٨٠ - ١٠٠ \times ٣ = -١٤٠$$

$$س = \frac{\Delta س}{\Delta} = \frac{-١٢٠}{-٨} = ١٥$$

$$ص = \frac{\Delta ص}{\Delta} = \frac{-١٤٠}{-٨} = ١٧,٥$$

وهي نفس النتيجة السابق التوصل إليها بمعني أن ج = (١٥ ، ١٧,٥)

٧- اختبار نقاط منطقة الحلول الممكنة

يعني ذلك التعويض بجميع نقاط الحلول الممكنة وذلك في دالة الهدف ويمكن توضيح هذه الخطوة بالجدول التالي

النقاط	قيمة س	قيمة ص	دالة الهدف ١٠س+١٥ص
أ (٠ ، ٠)	صفر	صفر	١٠×صفر+ ١٥×صفر= صفر
ب (٠، ٣٠)	٣٠	صفر	١٠×٣٠ + ١٥×صفر = ٣٠٠
ج(١٧,٥، ١٥)	١٥	١٧,٥	١٠×١٥ + ١٥×١٧,٥=٤١٢,٥
د (٠ ، ٤٥)	صفر	٤٥	١٠×صفر+ ١٥×٤٥= ٦٧٥

٨- الحل الأمثل

يتم اختيار الحل الأمثل الذي يحقق دالة الهدف وحيث أن دالة الهدف هنا تعني بتعظيم الأرباح للشركة فنختار نقطة الحل التي تحقق أعلي ربح وذلك يتحقق عند النقطة د (صفر ، ٤٥) والتي بموجبها يجب عدم إنتاج أي وحدة من الهياكل الفاخرة ويتم إنتاج ٤٥ وحدة من الهياكل العادية وذلك لتحقيق أعلي ربح للشركة وهو ٦٧٥ جنيه.

مثال

تقوم الشركة المتحدة بإنتاج نوعين من الأواني الزجاجية ولإتمام العملية الإنتاجية لابد من استخدام آلة وعدد معين من ساعات العمل، والوقت المتاح للآلة هو ٢٤ساعة ، بينما الوقت المتاح من عنصر العمل هو ١٦ساعة ، تحتاج كل وحدة منتجة من النوع الأول للأواني إلى ساعتين من الآلة، وساعتين من العمل، بينما تحتاج كل وحدة من النوع الثاني للأواني إلى ٣ ساعات من الآلة و ساعة واحدة من عنصر العمل ، ويبلغ سعر كل وحدة مباعة من النوع الأول ١٢جنيهاً ، ومن النوع الثاني ١٤ جنيهاً، علماً بأن السوق لا يستطيع أن يبيع أكثر من سبع وحدات فقط من المنتج الأول في سوق معين ، وست وحدات فقط من المنتج الثاني في سوق اخر.

وفي هذه الحالة يحتاج مدير الشركة إلى أن يحدد كمية الإنتاج من السلعتين التي تحقق للشركة أعلى عائد.

يمكن تلخيص الحل في الخطوات التالية

١ - تحديد دالة الهدف

في البداية يتم ترميز النوع الأول من الأواني الزجاجية بالرمز (س) والنوع الثاني من تلك الأواني بالرمز (ص) ثم يتم تحديد دالة الهدف والتي تأخذ الشكل التالي

ر = ١٢ س + ١٤ ص وهدفها هو تعظيم الأرباح للشركة.

٢ـ تلخيص المشكلة

من الممكن تلخيص بيانات المشكلة في الجدول التالي

	نوع أول (س)	نوع ثاني (ص)	المتاح من الموارد
الة	٢	٣	٢٤
العمل	٢	١	١٦
سوق ١	١	-	٧
سوق ٢	-	١	٦
ربح الوحدة	١٢	١٤	

٣ـ تحديد القيود (المتباينات)

القيد الأول ٢ س + ٣ ص ≤ ٢٤

القيد الثاني ٢س + ص ≤ ١٦

القيد الثالث س ≤ ٧

القيد الرابع ص ≤ ٦

قيد عدم السلبية س ، ص ≤ صفر

٤ـ تحويل المتباينات إلي معادلات

المعادلة الأولي ٢ س + ٣ ص = ٢٤

المعادلة الثانية ٢س + ص = ١٦

المعادلة الثالثة س = ٧

المعادلة الرابعة ص = ٦

٥- حل المعادلات واستنتاج النقاط

المعادلة الأولي ٢ س + ٣ ص = ٢٤

بوضع س = صفر وبالتعويض نستنتج أن ص = ٨

بوضع ص = صفر وبالتعويض نستنتج أن س = ١٢

وبالتالي يمكن تحديد نقطتي الخط المستقيم الأول وهما النقطة (صفر ، ٨) ، النقطة (١٢ ، صفر)

المعادلة الثانية ٢ س + ص = ١٦

بوضع س = صفر وبالتعويض نستنتج أن ص = ١٦

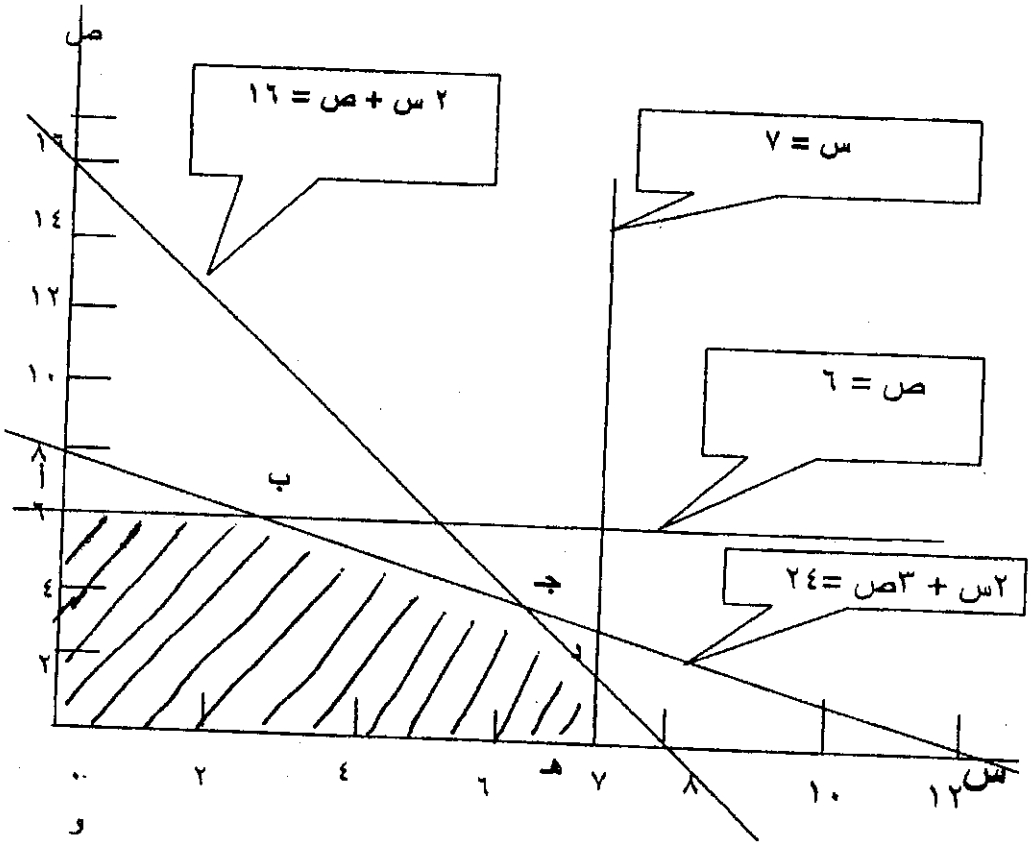
بوضع ص = صفر وبالتعويض نستنتج أن س = ٨

وبالتالي يمكن تحديد نقطتي الخط المستقيم الثاني وهما النقطة (صفر ، ١٦) ، النقطة (٨ ، صفر).

المعادلة الثالثة س = ٧

المعادلة الرابعة ص = ٦

٦- رسم الخطوط المستقيمة وتحديد منطقة الحلول الممكنة



وتم تظليل منطقة الحلول الممكنة أ ب ج د هـ و وهي المنطقة الأقرب لنقطة الأصل وذلك لأن هدف الدالة هو التعظيم وايضاً لأن جميع علامات المتباينات أصغرمن أو يساوي.

٧- اختبار نقاط منطقة الحلول الممكنة

يعني ذلك التعويض بجميع نقاط الحلول الممكنة وذلك في دالة الهدف ويمكن توضيح هذه الخطوة بالجدول التالي

النقاط	قيمة س	قيمة ص	دالة الهدف ١٢س +١٤ ص
أ (٠ ، ٦)	٠	٦	١٢×٠+١٤×٦ = ٨٤
ب (٣ ، ٦)	٣	٦	١٢×٣+١٤×٦ = ١٢٠
ج (٦,٥ ، ٤)	٦,٥	٤	١٢×٦,٥+١٤×٤ = ١٣٤
د (٧ ، ٣)	٧	٣	١٢×٧+١٤×٣ = ١٢٦
هـ (٧ ، ٠)	٧	٠	١٢×٧+١٤×٠ = ٨٤
و (٠ ، ٠)	٠	٠	١٢×٠+١٤×٠ = ٠

٨- الحل الأمثل

يتم اختيار الحل الأمثل الذي يحقق دالة الهدف وحيث أن دالة الهدف هنا تعني بتعظيم الأرباح للشركة فنختار نقطة الحل التي تحقق أعلي ربح وذلك يتحقق عند النقطة ج (٦,٥ ، ٤) والتي بموجبها يجب إنتاج٦,٥ وحدة من النوع الأول من الأواني الزجاجية ويتم إنتاج ٤ وحدات من النوع الثاني وذلك لتحقيق أعلي ربح للشركة وهو ١٣٤ جنيه.

مثال

دالة الهدف : تخفيض التكلفة ٤٠ س + ٢٠ ص

بشرط

- ٢٠ س + ١٤ ص ≤ ٢٨٠
- ١٤ س + ٢٤ ص ≤ ٣٣٦
- ٦ س + ٣٦ ص ≤ ٢١٦

الحـــل

١ - تحويل المتباينات إلى معادلات

المعادلة الأولي ٢٠ س + ١٤ ص = ٢٨٠

المعادلة الثانية ١٤ س + ٢٤ ص = ٣٣٦

المعادلة الثالثة ٦ س + ٣٦ ص = ٢١٦

٢ - حل المعادلات واستنتاج النقاط

المعادلة الأولي ٢٠ س + ١٤ ص = ٢٨٠

بوضع س = صفر وبالتعويض نستنتج أن ص = ٢٠

بوضع ص = صفر وبالتعويض نستنتج أن س = ١٤

وبالتالي يمكن تحديد نقطتي الخط المستقيم الأول وهما النقطة (صفر ، ٢٠) ، النقطة (١٤ ، صفر)

المعادلة الثانية ١٤ س + ٢٤ ص = ٣٣٦

بوضع س = صفر وبالتعويض نستنتج أن ص = ١٤

بوضع ص = صفر وبالتعويض ف نستنتج أن س = ٢٤

وبالتالي يمكن تحديد نقطتي الخط المستقيم الثاني وهما النقطة (صفر ، ١٤) ، النقطة (٢٤ ، صفر).

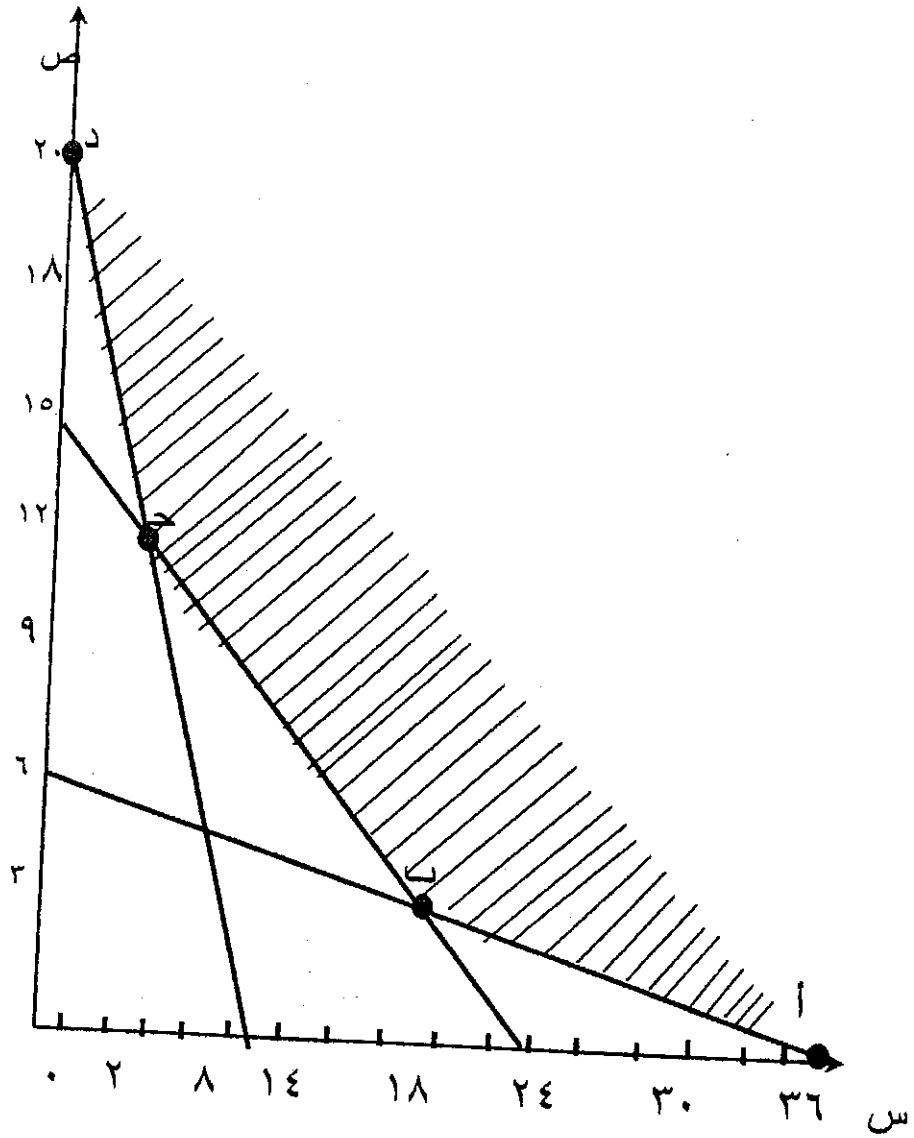
المعادلة الثالثة ٦ س + ٣٦ ص = ٢١٦

بوضع س = صفر وبالتعويض نستنتج أن ص = ٦

بوضع ص = صفر وبالتعويض نستنتج أن س = ٣٦

وبالتالي يمكن تحديد نقطتي الخط المستقيم الثالث وهما النقطة (صفر ، ٦) ، النقطة (٣٦ ، صفر).

٣ـ رسم الخطوط المستقيمة وتحديد منطقة الحلول الممكنة



٤- اختبار نقاط منطقة الحلول الممكنة

يعني ذلك التعويض بجميع نقاط الحلول الممكنة وذلك في دالة الهدف ويمكن توضيح هذه الخطوة بالجدول التالي

النقاط	قيمة س	قيمة ص	دالة الهدف ٤٠س +٢٠ ص
أ (٣٦ ، ٠)	٣٦	٠	٤٠×٣٦+٢٠×٠ = ١٤٤٠
ب (١٨ ، ٣)	١٨	٣	٤٠×١٨+٢٠×٣ = ٧٨٠
ج (٧ ، ١٠)	٧	١٠	٤٠×٧+٢٠×١٠ = ٤٨٠
د (٠ ، ٢٠)	٠	٢٠	٤٠×٠+٢٠×٢٠ = ٤٠٠

٥- الحل الأمثل

يتم اختيار الحل الأمثل الذي يحقق دالة الهدف وحيث أن دالة الهدف هنا تعني بتخفيض التكاليف فنختار نقطة الحل التي تحقق أقل تكلفة وذلك يتحقق عند النقطة د (٠ ، ٢٠) والتي بموجبها يجب عدم إنتاج أي وحدة من النوع الأول وإنتاج ٢٠ وحدة من النوع الثاني وذلك لتحقيق أقل تكلفة وهي ٤٠٠ جنيه.

مثال

مصنع لإنتاج الثلاجات ينتج ثلاث أنواع ولديه طلبيه من النوع الأول (أ) ١٨٠ وحدة والثانية (ب) ٢٢٤ وحدة والثالثة (جـ) ٢٧٢ وحدة وكان لديه عاملان يقومان بالتجميع الأول أجره اليومى ٤٠جنيه والثانى أجره ٣٥جنيه وكان الأول يمكنه تجميع (٢٠ ، ١٦، ٨) من كل نوع على الترتيب فى

اليوم الواحد والثانى يمكنه تجميع (٨ ، ١٤ ، ٣٤) من كل نوع على الترتيب.

فأوجد :-

عدد أيام العمل لكل عامل لكى يقلل المصنع التكلفة إلى أوفر حد ممكن.

يمكن تلخيص الحل في الخطوات التالية

١ - تحديد دالة الهدف

في البداية يتم ترميز العامل الأول بالرمز (س) والعامل الثاني بالرمز (ص) ثم يتم تحديد دالة الهدف والتي تأخذ الشكل التالي

ر = ٤٠ س + ٣٥ص وهدفها تخفيض التكاليف للشركة.

٢ - تلخيص المشكلة

من الممكن تلخيص بيانات المشكلة في الجدول التالي

	عامل أول (س)	عامل ثاني (ص)	المتاح من الموارد
نوع أول	٢٠	٨	١٨٠
نوع ثاني	١٦	١٤	٢٢٤
نوع ثالث	٨	٣٤	٢٧٢
أجر العامل	٤٠	٣٥	

٣- تحديد القيود (المتباينات)

$$٢٠ س + ٨ ص \leq ١٨٠$$

$$١٦ س + ١٤ ص \leq ٢٢٤$$

$$٨ س + ٣٤ ص \leq ٢٧٢$$

قيد عدم السلبية س ، ص ≥ صفر

٤- تحويل المتباينات إلي معادلات

المعادلة الأولي $٢٠ س + ٨ ص = ١٨٠$

المعادلة الثانية $١٦ س + ١٤ ص = ٢٢٤$

المعادلة الثالثة $٨ س + ٣٤ ص = ٢٧٢$

٥- حل المعادلات واستنتاج النقاط

المعادلة الأولي

$$٢٠ س + ٨ ص = ١٨٠$$

بوضع س = صفر وبالتعويض نستنتج أن ص = ٢٢,٥

بوضع ص = صفر وبالتعويض نستنتج أن س = ٩

وبالتالي يمكن تحديد نقطتي الخط المستقيم الأول وهما النقطة (صفر ، ٢٢,٥) ، النقطة (٩ ، صفر)

المعادلة الثانية

$$١٦ \text{ س} + ١٤ \text{ ص} = ٢٢٤$$

بوضع س = صفر وبالتعويض نستنتج أن ص = ١٦

بوضع ص = صفر وبالتعويض نستنتج أن س = ١٤

وبالتالي يمكن تحديد نقطتي الخط المستقيم الثاني وهما النقطة (صفر ، ١٦) ، النقطة (١٤ ، صفر).

المعادلة الثالثة

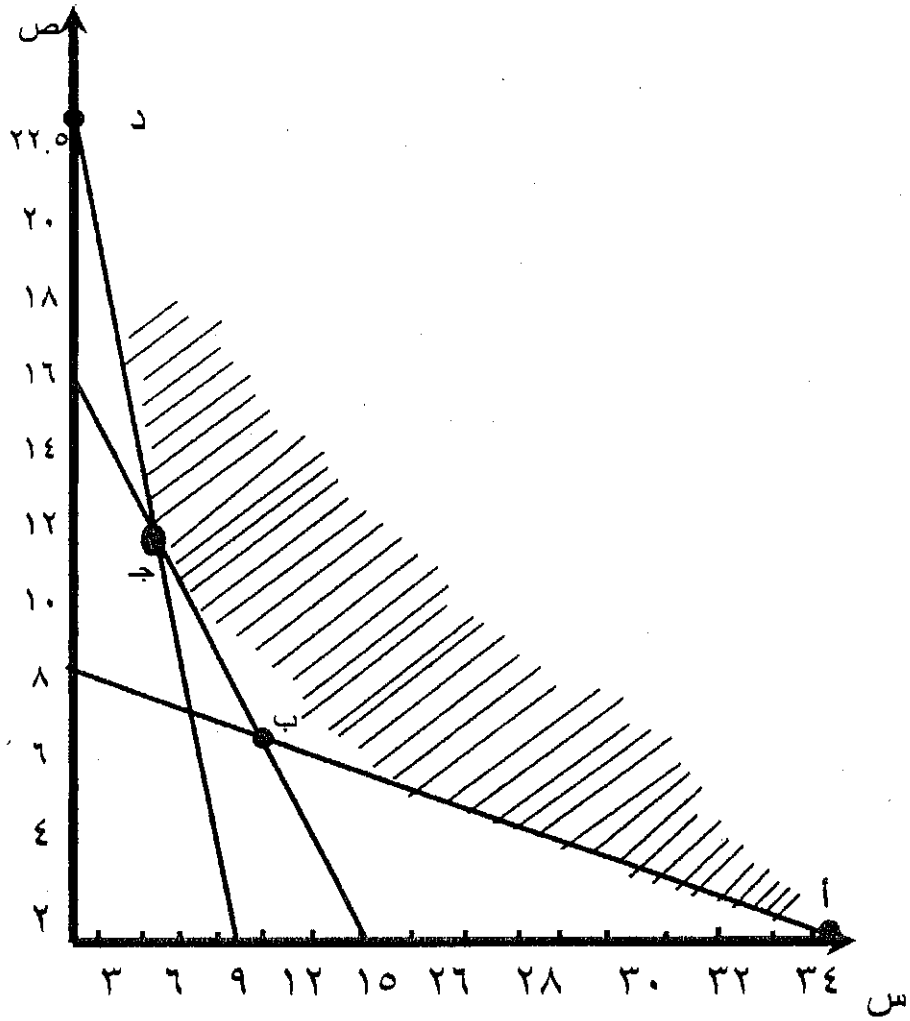
$$٨ \text{ س} + ٣٤ \text{ ص} = ٢٧٢$$

بوضع س = صفر وبالتعويض نستنتج أن ص = ٨

بوضع ص = صفر وبالتعويض نستنتج أن س = ٣٤

وبالتالي يمكن تحديد نقطتي الخط المستقيم الثالث وهما النقطة (صفر ، ٨) ، النقطة (٣٤ ، صفر).

٦- رسم الخطوط المستقيمة وتحديد منطقة الحلول الممكنة



٧- اختبار نقاط منطقة الحلول الممكنة

يعني ذلك التعويض بجميع نقاط الحلول الممكنة وذلك في دالة الهدف ويمكن توضيح هذه الخطوة بالجدول التالي

النقاط	قيمة س	قيمة ص	دالة الهدف ٤٠س +٣٥ص
أ (٣٤ ، ٠)	٣٤	٠	٤٠×٣٤+٣٥×٠ = ١٣٦٠
ب(١٠ ، ٦)	١٠	٦	٤٠×١٠+٣٥×٦ = ٦١٠
ج (٦ ، ١١)	٦	١١	٤٠×٦+٣٥×١١ = ٦٢٥
د (٠ ، ٢٢,٥)	٠	٢٢,٥	٤٠×٠+٣٥×٢٢,٥ = ٧٨٧,٥

٨- الحل الأمثل

يتم اختيار الحل الأمثل الذي يحقق دالة الهدف وحيث أن دالة الهدف هنا تعني بتخفيض التكاليف فنختار نقطة الحل التي تحقق أقل تكلفة وذلك يتحقق عند النقطة ب (١٠، ٦) والتي بموجبها يجب أن يقوم العامل الأول بالعمل لمدة ١٠ أيام والعامل الثانى يقوم بالعمل ٦ أيام فقط.

مثال

تنتج شركة السعادة نوعين من المنتجات س ، ص باستخدام نوعين من المواد الخام هما ط ، ك والجدول التالي يوضح البيانات الأساسية لهذه الحالة التطبيقية

المواد الخام	كمية المواد الخام اللازمة لانتاج وحدة من المنتج		الكمية المتاحة يومياً
	المنتج س	المنتج ص	
المادة ط	٦	٤	٢٤
المادة ك	١	٢	٦
ربح الوحدة	١٠	٨	

وقد أظهرت دراسة استطلاعية للسوق أن أقصي طلب يومي علي المنتج ص هو وحدتان ، وأظهرت الدراسة أيضاً أن الطلب اليومي علي المنتج ص يزيد عن الطلب اليومي علي المنتج س بحد أقصي وحدة واحدة وترغب الشركة في تحديد كمية الانتاج المثلي من المنتجين س ، ص لتعظيم الربح اليومي للشركة؟

الحـــل

يمكن تلخيص الحل في الخطوات التالية

١- تحديد دالة الهدف

في البداية يتم ترميز المنتج الأول بالرمز (س) والمنتج الثاني بالرمز (ص) ثم يتم تحديد دالة الهدف والتي تأخذ الشكل التالي ر = ١٠ س + ٨ ص وهدفها تعظيم أرباح الشركة.

٢- تحديد القيود (المتباينات)

المتباينة الأولي ٦ س + ٤ ص ≤ ٢٤

المتباينة الثانية س + ٢ ص ≤ ٦

ويمكن تحليل القيد اللفظي (أقصي طلب يومي علي المنتج ص هو وحدتان) لقيد رياضي علي الشكل التالي

المتباينة الثالثة ص ≤ ٢

ويمكن تحليل القيد اللفظي الثاني (الطلب اليومي علي المنتج ص يزيد عن الطلب اليومي علي المنتج س بحد أقصي وحدة واحدة) لقيد رياضي علي الشكل التالي

ص – س ≤ ١

ويمكن كتابته علي الشكل التالي

المتباينة الرابعة - س + ص ≤ ١

قيد عدم السلبية س ، ص ≤ صفر

٣ـ تحويل المتباينات إلى معادلات

المعادلة الأولي ٦ س + ٤ ص = ٢٤

المعادلة الثانية س + ٢ ص = ٦

المعادلة الثالثة ص = ٢

المعادلة الرابعة - س + ص = ١

٤ ـ حل المعادلات واستنتاج النقاط

المعادلة الأولي ٦ س + ٤ ص = ٢٤

بوضع س = صفر وبالتعويض نستنتج أن ص = ٦

بوضع ص = صفر وبالتعويض نستنتج أن س = ٤

وبالتالي يمكن تحديد نقطتي الخط المستقيم الأول وهما النقطة (صفر ، ٦) ، النقطة (٤ ، صفر)

المعادلة الثانية س + ٢ ص = ٦

بوضع س = صفر وبالتعويض نستنتج أن ص = ٣

بوضع ص = صفر وبالتعويض نستنتج أن س = ٦

وبالتالي يمكن تحديد نقطتي الخط المستقيم الثاني وهما النقطة (صفر ، ٣) ، النقطة (٦ ، صفر).

المعادلة الثالثة ص = ٢

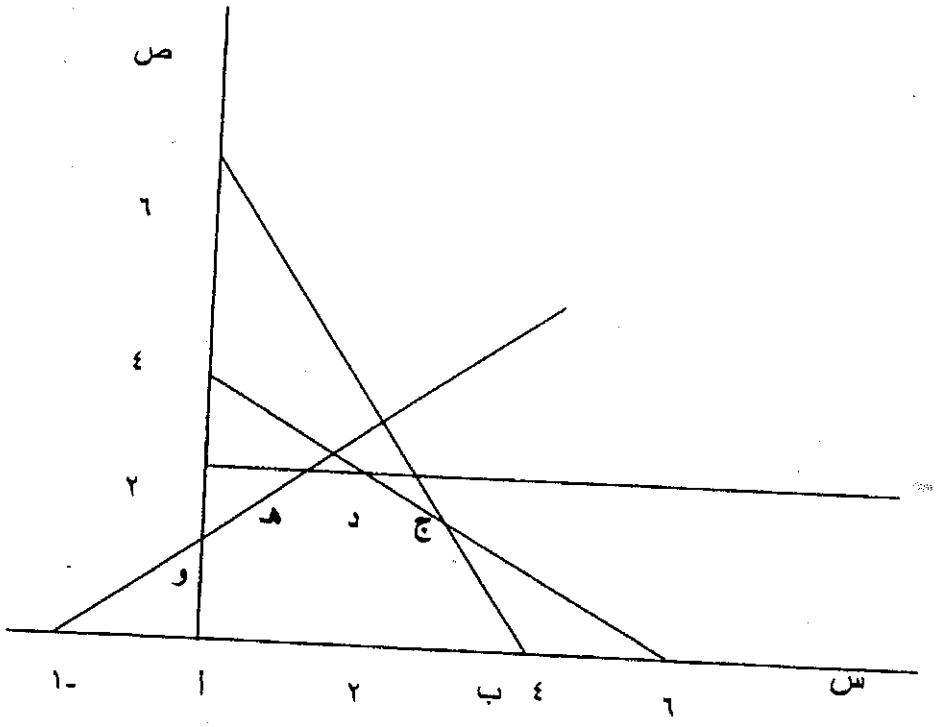
المعادلة الرابعة - س + ص = ١

بوضع س = صفر وبالتعويض نستنتج أن ص = ١

بوضع ص = صفر وبالتعويض نستنتج أن س = -١

وبالتالي يمكن تحديد نقطتي الخط المستقيم الثاني وهما النقطة (صفر ، -١) ، النقطة (١ ، صفر).

٥- رسم الخطوط المستقيمة وتحديد منطقة الحلول الممكنة



٧- اختبار نقاط منطقة الحلول الممكنة

يعني ذلك التعويض بجميع نقاط الحلول الممكنة وذلك في دالة الهدف ويمكن توضيح هذه الخطوة بالجدول التالي

النقاط	قيمة س	قيمة ص	دالة الهدف ١٠س +٨ ص
أ (٠ ، ٠)	٠	٠	١٠ × ٠ + ٨ × ٠ = ٠
ب(٤ ، ٠)	٤	٠	١٠ × ٤ + ٨ × ٠ = ٤٠
جـ (٣ ، ١)	٣	١	١٠ × ٣ + ٨ × ١ = ٣٨
د (٢ ، ٢)	٢	٢	١٠ × ٢ + ٨ × ٢ = ٣٦
هـ (١ ، ٢)	١	٢	١٠ × ١ + ٨ × ٢ = ٢٦
و (٠ ، ١)	٠	١	١٠ × ٠ + ٨ × ١ = ٨

٨- الحل الأمثل

يتم اختيار الحل الأمثل الذي يحقق دالة الهدف وحيث أن دالة الهدف هنا تعني بتعظيم الأرباح فنختار نقطة الحل التي تحقق أكبر ربح ممكن وذلك يتحقق عند النقطة ب (٤، ٠) والتي بموجبها يجب إنتاج ٤ وحدات من المنتج الأول وعدم إنتاج أي وحدة من المنتج الثاني لتحقيق أكبر ربح ممكن وقدره ٤٠ جنيه.

ثانياً : طريقة السمبلكس

أوضحنا سابقاً قدرة وسهولة استخدام الطريقة البيانية في حل مسائل البرمجة الخطية في حالة وجود متغيرين واستحالته بالنسبة للطريقة البيانية خاصة في حالة وجود ثلاثة متغيرات فأكثر، وتعد طريقة السمبلكس مجدية في هذا الخصوص لقدرتها على التعامل مع عدد كبير من المتغيرات وبطريقة مبسطة.

يتم حل المشكلة باستخدام طريقة السمبلكس من خلال عدد من الخطوات المرتبة الهادفة إلى الأركان المحددة لمنطقة الحلول الممكنة ، وتقييم العائد من كل ركن ، والانتقال من ركن إلى أخر أفضل منه حتى يتم التوصل إلى الركن(الحل) الذي يحقق افضل عائد ممكن ولا يمكن تحقيق عائد أفضل منه.

ويمكن تلخيص الخطوات التي تتضمنها طريقة السمبلكس في الخطوات التالية :

١- يتم تحويل مشكلة البرمجة الخطية إلي الصيغة المعيارية (النمطية) .

٢- إختيار حل مبدئي ممكن وهو عبارة عن نقطة ركنية في المنطقة الممكنة.

٣- تقييم إمكانية تحسين الحل القائم .

٤- إذا كان التحسين ممكناً يتم عمل الخطوات التالية :

أ- حدد المتغير غير الأساسي الغير موجود في الحل الحالي و الواجب إدخاله في الحل ، و إعتباره متغيراً أساسياً.

ب- حدد المتغير الأساسي الموجود في الحل الحالي و الواجب خروجه من الحل ، و إعتباره متغيرا غير أساسي .

ت- حدد قيم المتغيرات الموجودة في الحل الجديد ، وهو يعبر عن نقطة ركنية في المنطقة الممكنة ، وبعد ذلك حدد قيم المعاملات الجديدة في معادلات القيود .

ث- أرجع إلى الخطوة الرابعة وكرر عملية التقويم .

٥- إذا كان التحسين غير ممكن فإن الحل الذي توصلت إليه يكون هو الحل الأمثل .

يجب ملاحظة عند حل مسائل البرمجة الخطية نلاحظ هناك نوعان من الحلول:

- **الحلول غير المحققة:**

هي الحلول التي تقع خارج منطقة الحلول الممكنة ،فهي لا تحقق قيود المسألة.

- **الحلول المحققة :**

هي مجموع القيم (X_j) التي تحقق القيود وشرط عدم السلبية وهي تكون إما :

- **الحلول المسموح بها:** هي كل النقاط التي تقع ضمن منطقة الحل، وعلى محيطها والتي تحقق قيود المسألة بالإضافة إلى شرط عدم السلبية $(X_j \geq 0)$.
- **الحلول الأساسية المسموح بها:** هي مجموعة النقاط التي تقع عند تقاطعات مستقيمات القيود، والتي تمثل النهايات المتطرفة في حالة تعدد المتغيرات ، والتي يمكن أن تشكل إحداها حلا يحقق دالة الهدف.
- **الحل الأمثل:** هو الحل الذي يتم إختياره من بين الحلول الأساسية المسموح بها، والذي يتحقق معه الحصول على أكبر قيمة للدالة في حالة ما إذا كانت هذه الدالة دالة تعظيم (MAX)، والحصول على أدنى قيمة للدالة في حالة ما إذا كانت هذه الأخيرة دالة تخفيض التكاليف (MIN).

بعد عرضنا لأنواع الحلول، يمكن أن نستخلص الحالات الخاصة التي قد نواجهها عند إستخدامنا للبرمجة الخطية في حل بعض المسائل و المشاكل، ومن تلك الحالات

١ـ حالة تعذر الحل(Infeasibility) : تظهر هذه الحالة عندما تحتوي مسألة البرمجة الخطية على بعض القيود المتعارضة وفي مثل هذه الحالة يكون من المستحيل تحديد

منطقة الحل الممكنة ، وهذا يعني عدم وجود حل لمسألة البرمجة الخطية .

٢- **حالة القيد الفائض (Redundancy)** : نواجه هذه المشكلة بالعادة عندما تحتوي مسألة البرمجة الخطية قيدا فائضاً ،و القيد الفائض هو القيد الذي لايؤثر على منطقة الحل الممكن فلا يخفضها ولا يعمل على زيادتها .

٣- **حالة عدم توفر الحدود (Uboundness):** تحدث هذه الحالة عندما تكون منطقة الحل الممكن مفتوحة من إحدى الجهات، و لايمكن أن نحدد الحل الأمثل للمسألة ، من الناحية الإقتصادية نلاحظ أن هذه الحالة هي حالة غير واقعية ،لأنه ليس هناك مؤسسة لا تواجه حالة محدودية الموارد فالموارد المتاحة دوماً محددة، لذلك فإن صادفنا مثل هذه الحالة فإن ذلك يعني أن المسألة البرمجة الخطية قد تم صياغتها بشكل خاطئ أو هناك نقص في القيود .

٤- **حالة تعدد الحلول المثلى (Alternate Optimal Solution)** : تحدث هذه الحالة عندما تحتوي مسألة البرمجة الخطية على عدة حلول مثلى ، أو بصياغة أخرى أن الحل الأمثل يقع على عدة نقاط، تؤدي جميعها إلى نفس الربح في حالة التعظيم، و نفس التكاليف في حالة تخفيض التكاليف.

ونظراً لتعدد وتعقد المصطلحات المستخدمة عند حل مشاكل البرمجة الخطية بإسلوب السمبلكس فسوف يتم سرد الخطوات المستخدمة لحل تمرين السمبلكس ولكن بطريقة أكثر توضيحاً.

١- يتم تحويل المتباينات إلي معادلات مع إضافة متغير راكد (غير أساسي) لكل متباينة وهذه المتغيرات الراكدة تمثل الطاقة غير المستغلة أي الفرق بين الإمكانات المتاحة والإمكانات المستغلة في الإنتاج.

٣- يتم تحويل دالة الهدف لمعادلة صفرية بعد إضافة المتغيرات الراكدة السابق الإشارة إليها ولكن بمعاملات صفرية.

٢- يتم عمل جدول أعمدته عبارة عن جميع المتغيرات سواء الأساسية أو غير الأساسية بالإضافة لعمود الربح وعمود الثوابت، وتكون الصفوف معبرة عن المتغيرات غير الأساسية بالإضافة لصف يمثل الربح.

٣- يتم تحديد عمود الحل وهو العمود صاحب أكبر رقم بإشارة سالبة وبقسمة عمود الثوابت علي قيم عمود الحل ونختار الصف صاحب أقل رقم موجب فيكون هو صف الحل.

٤- يتم تحديد خلية هامة في الجدول وهي خلية تسمي مفتاح الحل وهي الخلية التي تنتج من تقاطع عمود الحل مع صف الحل.

٥- لايجاد قيم الصف الجديد المقابل لصف الحل في جدول السمبلكس يتم قسمة قيم صف الحل جميعها علي قيمة مفتاح الحل.

٦- لايجاد قيم باقي الصفوف الجديدة يتم تطبيق المعادلة التالية

قيم الصف الجديد = قيم الصف القديم + (مفتاح الحل × صف الحل)

٧- يتم حساب الربح ثم ننظر للأرقام المحسوبة فإذا وجدنا ضمن الحل أرقام موجبة فهذا يعني أننا لم نصل للحل الأمثل بعد ، وإن حصلنا علي أرقام سالبة أو صفرية فهذا يعني أننا وصلنا للحل الأمثل.

<u>وفيمايلي مثال رقمي توضيحي</u>

بفرض أننا لدينا دالة تعظيم الأرباح ر = ١,٥ س + ١,٨ ص

في ظل القيود التالية

٣س + ٢ص ≤ ١٥٠٠٠

س + ٢ص ≤ ١٠٠٠٠

س≤ ٤٠٠٠

ص≤ ٤٥٠٠

خطوات الحل

١ ـ تحويل المتباينات إلي معادلات مع إضافة متغير راكد (غير أساسي) لكل متباينة وهم ع ، ل ، م ، ن ، فنحصل علي المعادلات التالية

٣س + ٢ص + ١ع + صفر ل + صفر م + صفر ن =١٥٠٠٠

س + ٢ص + صفر ع + ١ ل + صفر م + صفر ن =١٠٠٠٠

س + صفر ع + صفر ل + ١ م + صفر ن = ٤٠٠٠

ص + صفر ع + صفر ل + صفر م + ١ ن = ٤٥٠٠

٢ ـ تكوين دالة الهدف مع إضافة المتغيرات الراكدة ولكن بمعاملات صفرية فتكون علي الشكل

ر = ١,٥ س + ١,٨ ص + صفر ع + صفر ل + صفر م + صفر ن

٣ـ يتم تكوين جدول الحل المبدئي ويضاف علي أعمدة معاملات المعادلات عمودين أحدهما لنوع المنتجات المستخدمة والعمود الثاني لربح الوحدة الواحدة من المنتج المستخدم في الحل، ويضاف أيضاً صفين إضافيين أسفل الجدول أحدهما للربح الإجمالي المتحقق لكل متغير والصف الثاني للربح الصافي وذلك علي الشكل التالي

جدول الحل المبدئي

ربح الوحدة	المنتجات	الكمية المتاحة	١,٥ س	١,٨ ص	صفر ع	صفر ل	صفر م	صفر ن
صفر	ع	١٥٠٠٠	٣	٢	١	صفر	صفر	صفر
صفر	ل	١٠٠٠٠	١	٢	صفر	١	صفر	صفر
صفر	م	٤٠٠٠	١	صفر	صفر	صفر	١	صفر
صفر	ن	٤٥٠٠	صفر	١	صفر	صفر	صفر	١
الربح الإجمالي		صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر
صافي الربح			١,٥	١,٨	صفر	صفر	صفر	صفر

ويتم الحصول علي أرقام الربح الإجمالي بضرب قيم كل عمود × عمود ربح الوحدة ، وللحصول علي قيم صافي الربح يتم طرح قيم معاملات دالة الهدف – قيم صف الربح الإجمالي.

٤- اختبار الحل المبدئي يتم بالتحقق من عدم وجود قيم موجبة في صف صافي الربح ولكن بوجود أي أرقام موجبة فهذا يعني من عدم تمكننا من الوصول للحل الأمثل بعد.

٥- تحديد عمود الحل pivot column وهو العمود صاحب أكبر رقم موجب وفي هذا المثال هو العمود ص .

٦- تحديد صف الحل pivot row وهو الصف صاحب أقل رقم موجب ناتج من قسمة الكميات المتاحة علي عمود الحل

المنتجات	الكمية المتاحة	ص	ناتج القسمة
ع	١٥٠٠٠	٢	٧٥٠٠
ل	١٠٠٠٠	٢	٥٠٠٠
م	٤٠٠٠	صفر	ما لا نهاية
ن	٤٥٠٠	١	٤٥٠٠

وبالتالي يكون صف الحل هو الصف ن لأنه صاحب أقل رقم موجب (٤٥٠٠)، وبالتالي سوف يدخل العمود ص مكان الصف ن.

٧- تحديد مفتاح الحل pivot وهو الناتج من تقاطع صف الحل مع عمود الحل وهو في هذا المثال = ١

٨- يتم إنشاء جدول السمبلكس الأول وهو عبارة عن نفس الهيكل الأساسي لجدول الحل المبدئي ولايجاد قيم عناصر الصف ص الجديد يتم قسمة عناصر الصف القديم علي مفتاح الحل ، نوجد القيم الجديدة لكل صف من الصفوف المتبقية بالمعادلة التالية

العنصر في الصف الجديد = العنصر في الصف القديم×(عنصر تقاطع الصف القديم مع عمود الحل × العنصر المناظر لصف الحل

فمثلاً بالنسبة لقيم الصف ع

١٥٠٠٠ – (٢ × ٤٥٠٠) = ٦٠٠٠

٣ – (٢ × صفر) = ٣

٢ – (٢ × ١) = صفر

١ – (٢ × صفر) = ١

صفر – (٢ × صفر) = صفر

صفر – (٢ × صفر) = صفر

صفر – (٢ × ١) = ٢-

<u>بالنسبة لقيم الصف ل</u>

١٠٠٠٠ – (٢ × ٤٥٠٠) = ١٠٠٠

١ – (٢ × صفر) = ١

٢ – (٢ × ١) = صفر

صفر – (٢ × صفر) = صفر

١– (٢ × صفر) = ١

صفر – (٢ × صفر) = صفر

صفر – (٢ × ١) = ٢-

<u>وهكذا بالنسبة لقيم الصف م</u>

٤٠٠٠ – (صفر × ٤٥٠٠) = ٤٠٠٠

١ – (صفر × صفر) = ١

صفر – (صفر × ١) = صفر

صفر – (صفر × صفر) = صفر

صفر– (صفر × صفر) = صفر

١ – (صفر × صفر) =١

صفر – (صفر × ١) = صفر

وبالتالي نصل للشكل التالي لجدول السمبلكس الأول

ربح الوحدة	المنتجات	الكمية المتاحة	١,٥	١,٨	صفر	صفر	صفر
			س	ص	ع	ل	م	ن
صفر	ع	٦٠٠٠	٣	صفر	١	صفر	صفر	٢-
صفر	ل	١٠٠٠	١	صفر	صفر	١	صفر	٢-
صفر	م	٤٠٠٠	١	صفر	صفر	صفر	١	صفر
١,٨	ص	٤٥٠٠	صفر	١	صفر	صفر	صفر	١
الربح الإجمالي		٨١٠٠	صفر	١,٨	صفر	صفر	صفر	١,٨
صافي الربح			١,٥	صفر	صفر	صفر	صفر	١,٨-

وبالنظر لقيم صف صافي الربح فنلاحظ وجود قيمة موجبة (١,٥) عند العمود س والذي سنعتبره عمود الحل .

- تحديد صف الحل pivot row وهو الصف صاحب أقل رقم موجب ناتج من قسمة الكميات المتاحة علي عمود الحل

المنتجات	الكمية المتاحة	س	ناتج القسمة
ع	٦٠٠٠	٣	٢٠٠٠
ل	١٠٠٠	١	١٠٠٠
م	٤٠٠٠	١	٤٠٠٠
ن	٤٥٠٠	صفر	ما لا نهاية

وبالتالي يكون صف الحل هو الصف ل لأنه صاحب أقل رقم موجب (١٠٠٠)، وبالتالي سوف يدخل العمود س مكان الصف ل.

- تحديد مفتاح الحل الناتج من تقاطع عمود الحل (س) مع صف الحل (ل) وهو في هذا المثال = ١
- يتم إنشاء جدول السمبلكس الثاني وهو عبارة عن نفس الهيكل الأساسي لجدول السمبلكس الأول ولايجاد قيم عناصر الصف س الجديد يتم قسمة عناصر الصف القديم علي مفتاح الحل ، نوجد القيم الجديدة لكل صف من الصفوف المتبقية بالمعادلة التالية
- العنصر في الصف الجديد = العنصر في الصف القديم×(عنصر تقاطع الصف القديم مع عمود الحل × العنصر المناظر لصف الحل

<u>فمثلاً بالنسبة لقيم الصف ع</u>

٦٠٠٠ – (٣ × ١٠٠٠) = ٣٠٠٠

٣ – (٣ × ١) = صفر

صفر – (٣ × صفر) = صفر

١ – (٣ × صفر) = ١

صفر – (٣ × ١) =-٣

صفر – (٣ × صفر) = صفر

-٢ – (٣ × -٢) = ٤

وهكذا بالنسبة لقيم باقي الصفوف فنصل للشكل التالي لجدول السمبلكس الثاني

ربح الوحدة	المنتجات	الكمية المتاحة	١,٥ س	١,٨ ص	صفر ع	صفر ل	صفر م	صفر ن
صفر	ع	٣٠٠٠	صفر	صفر	١	٣٠-	صفر	٤
١,٥	س	١٠٠٠	١	صفر	صفر	١	صفر	٢-
صفر	م	٣٠٠٠	صفر	صفر	صفر	١-	١	٢
١,٨	ص	٤٥٠٠	صفر	١	صفر	صفر	صفر	١
الربح الإجمالي		٩٦٠٠	١,٥	١,٨	صفر	١,٥	صفر	١,٢-
صافي الربح			صفر	صفر	صفر	١,٥-	صفر	١,٢

وبالنظر لقيم صف صافي الربح فنلاحظ وجود قيمة موجبة (١,٢) عند العمود ن والذي سنعتبره عمود الحل .

- تحديد صف الحل pivot row وهو الصف صاحب أقل رقم موجب ناتج من قسمة الكميات المتاحة علي عمود الحل

المنتجات	الكمية المتاحة	ن	ناتج القسمة
ع	٣٠٠٠	٤	٧٥٠
س	١٠٠٠	٢-	٥٠٠-
م	٣٠٠٠	٢	١٥٠٠
ص	٤٥٠٠	١	٤٥٠٠

وبالتالي يكون صف الحل هو الصف ع لأنه صاحب أقل رقم موجب (٧٥٠)، وبالتالي سوف يدخل العمود ن مكان ع.

- تحديد مفتاح الحل الناتج من تقاطع عمود الحل (ن) مع صف الحل (ع) وهو في هذا المثال = ٤
- يتم إنشاء جدول السمبلكس الثالث وهو عبارة عن نفس الهيكل الأساسي لجدول السمبلكس الثاني ولايجاد قيم عناصر الصف ع الجديد يتم قسمة عناصر الصف القديم علي مفتاح الحل ، نوجد القيم الجديدة لكل صف من الصفوف المتبقية بالمعادلة التالية
- العنصر في الصف الجديد = العنصر في الصف القديم×(عنصر تقاطع الصف القديم مع عمود الحل × العنصر المناظر لصف الحل

<u>فمثلاً بالنسبة لقيم الصف س</u>

١٠٠٠ – (-٢ × ٧٥٠) = ٢٥٠٠

١ – (-٢ × صفر) =١

صفر – (-٢ × صفر) = صفر

صفر – (-٢ × ٠,٢٥) = ٠,٥

١ – (-٢ × -٠,٧٥) =-٠,٥

صفر – (-٢ × صفر) = صفر

-٢ – (-٢ × ١) = صفر

وبتطبيق نفس القوانين علي باقي الصفوف فنصل للشكل التالي لجدول السمبلكس الثالث

ربح الوحدة	المنتجات	الكمية المتاحة	١,٥	١,٨	صفر	صفر	صفر	صفر
			س	ص	ع	ل	م	ن
صفر	ن	٧٥٠	صفر	صفر	٠,٢٥	٠,٧٥-	صفر	١
١,٥	س	٢٥٠٠	١	صفر	٠,٥	٠,٥-	صفر	صفر
صفر	م	١٥٠٠	صفر	صفر	٠,٥-	٠,٥	١	صفر
١,٨	ص	٣٧٥٠	صفر	١	٠,٢٥-	٠,٧٥	صفر	صفر
الربح الإجمالي		١٠٥٠٠	١,٥	١,٨	٠,٣	٠,٦	صفر	صفر
صافي الربح			صفر	صفر	٠,٣-	٠,٦-	صفر	صفر

وبالنظر لقيم صف صافي الربح فنلاحظ أن جميع القيم إما أصفار أو أرقام سالبة وهذا يعني أننا قد وصلنا للحل الأمثل وهو انتاج ٢٥٠٠ وحدة من المنتج س ، ٣٧٥٠ وحدة من المنتج ص لتحقيق أعلي صافي للربح وهو ١٠٥٠٠ جنيه.

تمرين

شركة ما تقوم بإنتاج ثلاث منتجات هي س ، ص ، ع وكان كل منتج يجب أن يمر علي ٣ مراحل إنتاجية والمنتج (س) يحتاج إلي ٨ ، ٥ ، ٤ ساعات عمل لكل مرحلة علي الترتيب بينما يحتاج المنتج (ص) إلي ٦ ، ٦ ، ٣ ساعات عمل لكل مرحلة علي الترتيب بينما يحتاج المنتج (ع) إلي ١٢ ، ٦ ، ٦ ساعات عمل لكل مرحلة علي الترتيب ، وكانت الطاقة القصوي

للتشغيل للمرحلة الإنتاجية الأولي هي ٤٨٠ ساعة بينما تبلغ الطاقة القصوي للتشغيل للمرحلة الإنتاجية الثانية ٦٠٠ ساعة وتصل الطاقة القصوي للتشغيل للمرحلة الثالثة ٢٤٠ ساعة وإذا علمت أن ربح الوحدة من المنتج (س) هو ٩ جنيهات وربح الوحدة من المنتج (ص) هو ٦ جنيهات وربح الوحدة من المنتج (ع) هو ١٢ جنيه، المطلوب تحديد عدد الوحدات الواجب إنتاجها لتعظيم أرباح الشركة؟

الحـــــــــل

يمكن تلخيص الحل في الخطوات التالية

١- تحديد دالة الهدف

في البداية يتم ترميز المنتج الأول (س) والمنتج الثاني (ص) والمنتج الثالث (ع) ثم يتم تحديد دالة الهدف والتي تأخذ الشكل التالي

ر = ٩ س + ٦ ص + ١٢ ع وهدفها هو تعظيم الأرباح للشركة.

٢- تلخيص المشكلة

من الممكن تلخيص بيانات المشكلة في الجدول التالي

	منتج أول (س)	منتج ثاني (ص)	منتج ثالث (ع)	الطاقة القصوي
مرحلة ١	٨	٦	١٢	٤٨٠
مرحلة ٢	٥	٦	٦	٦٠٠
مرحلة ٣	٤	٣	٦	٢٤٠
ربح الوحدة	٩	٦	١٢	

٣ـ تحديد القيود (المتباينات)

القيد الأول ٨ س + ٦ ص + ١٢ ع ≤ ٤٨٠

القيد الثاني ٥س + ٦ ص + ٦ ع ≤ ٦٠٠

القيد الثالث ٤س + ٣ ص + ٦ ع ≤ ٢٤٠

قيد عدم السلبية س ، ص ، ع ≤ صفر

٤ـ تحويل المتباينات إلى معادلات

تحويل المتباينات إلي معادلات مع إضافة متغير راكد (غير أساسي) لكل متباينة وهم ل ، م ، ن فنحصل علي المعادلات التالية

المعادلة الأولي ٨ س + ٦ ص + ١٢ ع + ل = ٤٨٠

المعادلة الثانية ٥س + ٦ ص + ٦ ع + م = ٦٠٠

المعادلة الثالثة ٤س + ٣ ص + ٦ ع + ن = ٢٤٠

٥- تكوين دالة الهدف مع إضافة المتغيرات الراكدة ولكن بمعاملات صفرية فتكون علي الشكل

ر = ٩ س + ٦ ص + ١٢ع + صفر ل + صفر م + صفر ن

٦- يتم تكوين جدول الحل المبدئي ويضاف علي أعمدة معاملات المعادلات عمودين أحدهما لنوع المنتجات المستخدمة والعمود الثاني لربح الوحدة الواحدة من المنتج المستخدم في الحل، ويضاف أيضاً صفين إضافيين أسفل الجدول أحدهما للربح الإجمالي المتحقق لكل متغير والصف الثاني للربح الصافي وذلك علي الشكل التالي

جدول السمبلكس المبدئي

ربح الوحدة	المنتجات	الكمية المتاحة	٩ س	٦ ص	١٢ ع	صفر ل	صفر م	صفر ن
صفر	ل	٤٨٠	٨	٦	١٢	١	صفر	صفر
صفر	م	٦٠٠	٥	٦	٦	صفر	١	صفر
صفر	ن	٢٤٠	٤	٣	٦	صفر	صفر	١
الربح الإجمالي		صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر
صافي الربح			٩	٦	١٢	صفر	صفر	صفر

ويتم الحصول علي أرقام الربح الإجمالي بضرب قيم كل عمود × عمود ربح الوحدة ، وللحصول علي قيم صافي الربح يتم طرح قيم معاملات دالة الهدف – قيم صف الربح الإجمالي.

٧- اختبار الحل المبدئي يتم بالتحقق من عدم وجود قيم موجبة في صف صافي الربح ولكن بوجود أي أرقام موجبة فهذا يعني من عدم تمكننا من الوصول للحل الأمثل بعد.

٨- تحديد عمود الحل pivot column وهو العمود صاحب أكبر رقم موجب وفي هذا المثال هو العمود ع.

٩- تحديد صف الحل pivot row وهو الصف صاحب أقل رقم موجب ناتج من قسمة الكميات المتاحة علي عمود الحل

المنتجات	الكمية المتاحة	ع	ناتج القسمة
ل	٤٨٠	١٢	٤٠
م	٦٠٠	٦	١٠٠
ن	٢٤٠	٦	٤٠

وبالتالي يكون صف الحل هو الصف ل أو ن لأنهما صاحبا أقل رقم موجب (٤٠)، وبالتالي سوف يدخل العمود ع مكان الصف ل لأن الكمية المتاحة الخاصة بـ (ل) أكبر من الكمية المتاحة الخاصة بـ (ن).

١٠- تحديد مفتاح الحل pivot element وهو الناتج من تقاطع صف الحل مع عمود الحل وهو في هذا المثال = ١٢

١١- يتم إنشاء جدول السمبلكس الأول وهو عبارة عن نفس الهيكل الأساسي لجدول الحل المبدئي ولايجاد قيم عناصر

الصف (ل) الجديد يتم قسمة عناصر الصف القديم علي مفتاح الحل ، نوجد القيم الجديدة لكل صف من الصفوف المتبقية بالمعادلة التالية

العنصر في الصف الجديد = العنصر في الصف القديم×(عنصر تقاطع الصف القديم مع عمود الحل × العنصر المناظر لصف الحل

وقد تم حساب قيم الصف (م) بالتطبيق علي المعادلة السابقة فنحصل علي

٦٠٠ – ٦ × ٤٠ = ٣٦٠

٥ – ٦ × $\frac{٢}{٣}$ = ١

٦ – ٦ × $\frac{١}{٢}$ = ٣

٦ – ٦ × ١ = صفر

صفر – ٦ × $\frac{١}{١٢}$ = - $\frac{١}{٢}$

١ – ٦ × ٠ = ١

صفر – ٦ × ٠ = صفر

وبتطبيق نفس المعادلة للحصول علي الصف (ن)

٢٤٠ – ٦ × ٤٠ = صفر

٤ – ٦ × $\frac{٢}{٣}$ = صفر

$$٣ - ٦ \times \frac{١}{٢} = \text{صفر}$$

$$٦ - ٦ \times ١ = \text{صفر}$$

$$\text{صفر} - ٦ \times \frac{١}{١٢} = \frac{١}{٢} -$$

$$\text{صفر} - ٦ \times ٠ = \text{صفر}$$

$$١ - ٦ \times ٠ = ١$$

وبالتالي نحصل علي جدول السمبلكس الأول التالي

ربح الوحدة	المنتجات	الكمية المتاحة	٩	٦	١٢	صفر	صفر	صفر
			س	ص	ع	ل	م	ن
١٢	ع	$\frac{٤٨٠}{١٢} = ٤٠$	$\frac{٨}{٣} \frac{٢}{١٢}$	$\frac{٦}{٢} \frac{١}{١٢}$	$\frac{١٢}{١٢} = ١$	$\frac{١}{١٢} = \frac{١}{١٢}$	$\frac{٠}{١٢} = ٠$	$\frac{٠}{١٢} = ٠$
صفر	م	٣٦٠	١	٣	صفر	$\frac{١}{٢} -$	١	صفر
صفر	ن	صفر	صفر	صفر	صفر	$\frac{١}{٢} -$	صفر	١
الربح الإجمالي		٤٨٠	٨	٦	١٢	١	صفر	صفر
صافي الربح			١	صفر	صفر	١-	صفر	صفر

وبالنظر لقيم صف صافي الربح فنلاحظ وجود قيمة موجبة (١) عند العمود س والذي سنعتبره عمود الحل .

- تحديد صف الحل pivot row وهو الصف صاحب أقل رقم موجب ناتج من قسمة الكميات المتاحة علي عمود الحل

المنتجات	الكمية المتاحة	س	ناتج القسمة
ع	٤٠	$\frac{٢}{٣}$	٦٠
م	٣٦٠	١	٣٦٠
ن	صفر	صفر	ما لا نهاية

وبالتالي يكون صف الحل هو الصف ع لأنه صاحب أقل رقم موجب (٦٠)، وبالتالي سوف يدخل العمود س مكان الصف ع.

- تحديد مفتاح الحل الناتج من تقاطع عمود الحل (س) مع صف الحل (ع) وهو في هذا المثال = $\frac{٢}{٣}$
- يتم إنشاء جدول السمبلكس الثاني وهو عبارة عن نفس الهيكل الأساسي لجدول السمبلكس الأول ولايجاد قيم عناصر الصف س الجديد يتم قسمة عناصر الصف القديم علي مفتاح الحل ، نوجد القيم الجديدة لكل صف من الصفوف المتبقية بالمعادلة التالية

- العنصر في الصف الجديد = العنصر في الصف القديم×(عنصر تقاطع الصف القديم مع عمود الحل × العنصر المناظر لصف الحل

وتم حساب قيمة الصف(م) كمايلي

$$٣٦٠ - (١ \times ٦٠) = ٣٠٠$$

$$١ - (١ \times ١) = \text{صفر}$$

$$٣ - (١ \times \frac{٣}{٤}) = \frac{٩}{٤}$$

$$\text{صفر} - (١ \times \frac{٣}{٢}) = -\frac{١}{٢}$$

$$-\frac{١}{٢} - (١ \times \frac{٣}{٤}) = -\frac{٥}{٨}$$

$$١ - (١ \times \text{صفر}) = ١$$

$$\text{صفر} - (١ \times \text{صفر}) = \text{صفر}$$

ولحساب قيم الصف (ن)

$$\text{صفر} - (٠ \times ٦٠) = \text{صفر}$$

$$\text{صفر} - (٠ \times ١) = \text{صفر}$$

$$\text{صفر} - (٠ \times \frac{٣}{٤}) = \text{صفر}$$

$$\text{صفر} - (٠ \times \frac{٣}{٢}) = \text{صفر}$$

$$-\frac{١}{٢} - (٠ \times \frac{٣}{٤}) = -\frac{١}{٢}$$

صفر – (٠ × صفر) = صفر

١ – (١ × صفر) = ١

فيكون جدول السمبلكس الثاني علي الصورة

ربح الوحدة	المنتجات	الكمية المتاحة	٩	٦	١٢	صفر	صفر	صفر
			س	ص	ع	ل	م	ن
٩	س	$\frac{٢}{٣}$ ÷ ٤٠ = ٦٠	$\frac{٢}{٣}$ ÷ $\frac{٢}{٣}$ = ١	$\frac{٣}{٤}$	$\frac{٣}{٢}$	$\frac{١}{٨}$	صفر	صفر
صفر	م	٣٠٠	صفر	$\frac{٩}{٤}$	$\frac{-٣}{٢}$	$\frac{-٥}{٨}$	١	صفر
صفر	ن	صفر	صفر	صفر	صفر	$\frac{-١}{٢}$	صفر	١
الربح الإجمالي	٥٤٠	٩	٦,٧٥	١٣,٥	$\frac{٩}{٨}$	صفر	صفر	
صافي الربح		صفر	-٠,٧	-١,٥	-١,١٢	صفر	صفر	

وحيث أن جميع قيم صف صافي الربح أصفار أو قيم سالبة فهذا يعني أننا توصلنا للحل الأمثل وهي إنتاج ٦٠ وحدة من المنتج (س) للحصول علي ربح قدره ٥٤٠ جنيه.

تمرين

تدرس شركة اتصالات إمكانية تصنيع نوعين من الأجهزة لتقوية الإشارات اللاسلكية للمحمول فإذا كان الربح المتوقع للجهاز الواحد من النوع الأول هو ١٠ جنيه ، الربح المتوقع للجهاز الواحد من النوع الثاني هو ٢٠ جنيه.

وفي قسم التجميع يستلزم تجميع الوحدة من النوع الأول ساعة واحدة ويستلزم تجميع الوحدة من النوع الثاني ٤ ساعات ، أما في قسم الهندسة الفنية فيحتاج النوع الأول إلي ساعتين ، يحتاج النوع الثاني إلي ساعة واحدة فإذا كان عدد الساعات المتاحة لقسم التجميع هي ١٢ ساعة ، ولقسم الهندسة الفنية هي ١٠ ساعات.

المطلوب استخدام طريقة السمبلكس لإيجاد العدد الأمثل للوحدات من كل نوع لتحقيق أكبر ربح للشركة؟

الحـــــــــــل

يمكن تلخيص الحل في الخطوات التالية

١ ـ تحديد دالة الهدف

في البداية يتم ترميز المنتج الأول (س) والمنتج الثاني (ص) ثم يتم تحديد دالة الهدف والتي تأخذ الشكل التالي

ر = ١٠ س + ٢٠ ص وهدفها تعظيم الأرباح للشركة.

٢- تلخيص المشكلة

من الممكن تلخيص بيانات المشكلة في الجدول التالي

	منتج أول (س)	منتج ثاني (ص)	الطاقة القصوي
مرحلة ١	١	٤	١٢
مرحلة ٢	٢	١	١٠
ربح الوحدة	١٠	٢٠	

٣- تحديد القيود (المتباينات)

القيد الأول $س + ٤ ص \geq ١٢$

القيد الثاني $٢س + ص \geq ١٠$

قيد عدم السلبية س ، ص $\geq$ صفر

٤- تحويل المتباينات إلي معادلات

تحويل المتباينات إلي معادلات مع إضافة متغير راكد (غير أساسي) لكل متباينة وهم ل ، م فنحصل علي المعادلات التالية

المعادلة الأولي $س + ٤ ص + ل = ١٢$

المعادلة الثانية $٢س + ١ ص + م = ١٠$

٥- تكوين دالة الهدف مع إضافة المتغيرات الراكدة ولكن بمعاملات صفرية فتكون علي الشكل

ر = ١٠ س + ٢٠ ص + صفر ل + صفر م

٦- يتم تكوين جدول الحل المبدئي ويضاف علي أعمدة معاملات المعادلات عمودين أحدهما لنوع المنتجات المستخدمة والعمود الثاني لربح الوحدة الواحدة من المنتج المستخدم في الحل، ويضاف أيضاً صفين إضافيين أسفل الجدول أحدهما للربح الإجمالي المتحقق لكل متغير والصف الثاني للربح الصافي وذلك علي الشكل التالي

جدول السمبلكس المبدئي

ربح الوحدة	المنتجات	الكمية المتاحة	١٠	٢٠	صفر	صفر
			س	ص	ل	م
صفر	ل	١٢	١	٤	١	صفر
صفر	م	١٠	٢	١	صفر	١
الربح الإجمالي		صفر	صفر	صفر	صفر	صفر
صافي الربح			١٠	٢٠	صفر	صفر

ويتم الحصول علي أرقام الربح الإجمالي بضرب قيم كل عمود × عمود ربح الوحدة ، وللحصول علي قيم صافي الربح يتم طرح قيم معاملات دالة الهدف – قيم صف الربح الإجمالي.

٧- اختبار الحل المبدئي يتم بالتحقق من عدم وجود قيم موجبة في صف صافي الربح ولكن بوجود أي أرقام موجبة فهذا يعني من عدم تمكننا من الوصول للحل الأمثل بعد.

٨- تحديد عمود الحل pivot column وهو العمود صاحب أكبر رقم موجب وفي هذا المثال هو العمود ص.

٩- تحديد صف الحل pivot row وهو الصف صاحب أقل رقم موجب ناتج من قسمة الكميات المتاحة علي عمود الحل

المنتجات	الكمية المتاحة	ص	ناتج القسمة
ل	١٢	٤	٣
م	١٠	١	١٠

وبالتالي يكون صف الحل هو الصف ل لأنه صاحب أقل رقم موجب (٣)، وبالتالي سوف يدخل العمود ص مكان الصف ل.

١٠- تحديد عنصر الحل pivot element وهو الناتج من تقاطع صف الحل مع عمود الحل وهو في هذا المثال = ٤

١١- يتم إنشاء جدول السمبلكس الأول وهو عبارة عن نفس الهيكل الأساسي لجدول الحل المبدئي ولايجاد قيم عناصر

الصف ص الجديد يتم قسمة عناصر الصف القديم علي مفتاح الحل

فمثلاً بالنسبة لقيم الصف ص

ص	١٢÷٤=٣	١÷٤=٠,٢٥	٤÷٤=١	١÷٤=٠,٢٥	٠÷٤=٠

ونوجد القيم الجديدة لكل صف من الصفوف المتبقية بالمعادلة التالية

العنصر في الصف الجديد = العنصر في الصف القديم×(عنصر تقاطع الصف القديم مع عمود الحل × العنصر المناظر لصف الحل

بالنسبة للصف المتبقي (م)

١٠ – (١ × ٣) = ٧

٢ – (١ × ٠,٢٥) = ١,٧٥

١ – (١ × ١) = صفر

صفر – (١ × ٠,٢٥) = -٠,٢٥

١ – (١ × صفر) = ١

فيصبح شكل جدول الحل المبدئي علي الصورة

ربح الوحدة	المنتجات	الكمية المتاحة	١٠	٢٠	صفر	صفر
			س	ص	ل	م
٢٠	ص	٣	٠,٢٥	١	٠,٢٥	صفر
صفر	م	٧	١,٧٥	صفر	٠,٢٥-	١
الربح الإجمالي		٦٠	٥٠	٢٠	٥	صفر
صافي الربح			٥	صفر	٥-	صفر

وبالنظر لقيم صف صافي الربح فنلاحظ وجود قيمة موجبة (٥) عند العمود س والذي سنعتبره عمود الحل .

- تحديد صف الحل pivot row وهو الصف صاحب أقل رقم موجب ناتج من قسمة الكميات المتاحة علي عمود الحل

المنتجات	الكمية المتاحة	س	ناتج القسمة
ص	٣	٠,٢٥	١٢
م	٧	١,٧٥	٤

وبالتالي يكون صف الحل هو الصف م لأنه صاحب أقل رقم موجب (٤)، وبالتالي سوف يدخل العمود س مكان الصف م.

- تحديد مفتاح الحل الناتج من تقاطع عمود الحل (س) مع صف الحل (م) وهو في هذا المثال = ١,٧٥

- يتم إنشاء جدول السمبلكس الثاني وهو عبارة عن نفس الهيكل الأساسي لجدول السمبلكس الأول ولايجاد قيم عناصر الصف س الجديد يتم قسمة عناصر الصف القديم علي مفتاح الحل كمايلي

س	٧÷١,٧٥ =	١,٧٥÷١,٧٥	صفر÷١,٧٥	١÷١,٧٥
	٤	١=	٠=	$\frac{٤}{٧}$=
				$\frac{١}{٤}$ -
				١,٧٥÷
				$\frac{١}{٧}$=

- ونوجد القيم الجديدة لكل صف من الصفوف المتبقية بالمعادلة

العنصر في الصف الجديد = العنصر في الصف القديم×(عنصر تقاطع الصف القديم مع عمود الحل × العنصر المناظر لصف الحل

<u>بالنسبة للصف المتبقي (ص)</u>

$$٣ - (٤ \times ٠,٢٥) = ٢$$

$$٠,٢٥ - (١ \times ٠,٢٥) = \text{صفر}$$

$$١ - (\text{صفر} \times ٠,٢٥) = ١$$

$$\frac{٣}{١٤} = (\frac{١}{٧} \times ٠,٢٥) - ٠,٢٥$$

$$\text{صفر} - (\frac{٤}{٧} \times ٠,٢٥) = \frac{١}{٧} -$$

فيتحول جدول السمبلكس إلي الصورة

ربح الوحدة	المنتجات	الكمية المتاحة	١٠	٢٠	صفر	صفر
			س	ص	ل	م
٢٠	ص	٢	صفر	١	$\frac{٣}{١٤}$	$\frac{-١}{٧}$
١٠	س	٤	١	صفر	$\frac{١}{٧}$	$\frac{٤}{٧}$
الربح الإجمالي		٨٠	١٠	٢٠	$\frac{٤٠}{٧}$	$\frac{٢٠}{٧}$
صافي الربح			صفر	صفر	$\frac{-٤٠}{٧}$	$\frac{-٢٠}{٧}$

وحيث أن جميع قيم صف صافي الربح أصفار أو قيم سالبة فهذا يعني أننا توصلنا للحل الأمثل وهي إنتاج ٤ وحدات من المنتج (س) ووحدتين من المنتج ص للحصول علي ربح قدره ٨٠ جنيه.

تمرين

لديك جدول السمبلكس التالي

ربح الوحدة	المنتجات	الكمية المتاحة	١	٩	١	صفر	صفر
			س	ص	ع	ل	م
صفر	ل	٩	١	٢	٣	١	صفر
صفر	م	١٥	٣	٢	٢	صفر	١

هل يعتبر ذلك الجدول هو الجدول النهائي وإذا كان بخلاف ذلك استكمل الجداول التي تليه للوصول لجدول الحل النهائي مع بيان الحل الأمثل؟

الحـــــل

لمعرفة هل الجدول السابق هو النهائي أم لا يتم تكوين نفس الجدول متضمناً خانة الربح كمايلي

ربح الوحدة	المنتجات	الكمية المتاحة	١	٩	١	صفر	صفر
			س	ص	ع	ل	م
صفر	ل	٩	١	٢	٣	١	صفر
صفر	م	١٥	٣	٢	٢	صفر	١
الربح الاجمالي		صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر
صافي الربح			١	٩	١	صفر	صفر

حيث أن صافي الربح يتضمن قيم موجبة فذلك يعني عدم الوصول للحل الأمثل ، وللوصول للحل الأمثل يتم تحديد عمود الحل (صاحب أكبر رقم موجب) وهو العمود (ص)، ولتحديد صف الحل يتم عمل الجدول التالي

المنتجات	الكمية المتاحة	ص	ناتج القسمة
ل	٩	٢	٤,٥
م	١٥	٢	٧,٥

وباختيار الصف صاحب أقل رقم موجب وهو الصف (ل) ليعتبر هو صف الحل ، وبالتالي يتم ادخال العمود ص مكان الصف ل.

لتحديد عنصر الحل وهو الناتج من تقاطع عمود (ص) مع صف (ل) فينتج عنصر الحل = ٢

يتم إنشاء جدول السمبلكس الأول وهو عبارة عن نفس الهيكل الأساسي لجدول الحل المبدئي ولايجاد قيم عناصر الصف ص الجديد يتم قسمة عناصر الصف القديم علي مفتاح الحل

فمثلاً بالنسبة لقيم الصف ص

ص	٩÷٢=	١÷٢=	٢÷٢=	٣÷٢=	١÷٢=	٠÷٢=
	٤,٥	٠,٥	١	١,٥	٠,٥	٠

ونوجد القيم الجديدة لكل صف من الصفوف المتبقية بالمعادلة التالية

العنصر في الصف الجديد = العنصر في الصف القديم×(عنصر تقاطع الصف القديم مع عمود الحل × العنصر المناظر لصف الحل

بالنسبة للصف المتبقي (م)

١٥ – (٢ × ٤,٥) = ٦

٣ – (٢ × ٠,٥) = ٢

٢ – (٢ × ١) = صفر

٢ – (٢ × ١,٥) = -١

صفر – (٢ × ٠,٥) = -١

١ – (٢ × صفر) = ١

فيصبح شكل جدول الحل علي الصورة

ربـــح الوحدة	المنتجات	الكميـة المتاحة	١	٩	١	صفر	صفر
			س	ص	ع	ل	م
٩	ص	٤,٥	٠,٥	١	١,٥	٠,٥	صفر
صفر	م	٦	٢	صفر	١-	١-	١
الربح الاجمالي		٤٠,٥	٤,٥	٩	١٣,٥	٤,٥	صفر
صافي الربح			٣,٥-	صفر	١٢,٥-	٤,٥-	صفر

وحيث أن جميع قيم صف صافي الربح أصفار أو قيم سالبة فهذا يعني أننا توصلنا للحل الأمثل وهي إنتاج ٤,٥ وحدة من المنتج (ص) فقط للحصول علي ربح قدره ٤٠,٥ جنيه.

تمارين متنوعة

أولاً : وضح الصواب والخطأ مع التعليل لكل عبارة من العبارات التالية:

١. ترجع بدايات الكتابات عن البرمجة لعام ١٩٤٧ حيث اكتشفها George Dantzig لحل مشاكل إدارية.

٢. دالة الهدف في برمجة الأهداف تعبر عن هدف واحد وهو إما تعظيم الأرباح أو تخفيض التكاليف.

٣. البرمجة الرقمية يكون فيها قيم الحل الأمثل في صورة أرقام صحيحة أو كسرية لأنها تعبر عن متغيرات منفصلة.

٤. البرمجة الرقمية العامة تكون قيم المتغيرات فيها إما صفر أو واحد.

٥. البرمجة الرقمية المزدوجة تكون قيم المتغيرات فيها إما أرقام صحيحة أو كسرية.

٦. يمكن استخدام الطريقة البيانية في حالة خل مشاكل البرمجة التي تحتوي علي أكثر من متغيرين.

٧. تتعامل البرمجة غير الخطية مع معادلات الدرجة الأولي.

٨. دالة المنفعة في نموذج المستهلك تكون علي شكل دالة خطية.

٩. نماذج توزيع المحافظ التي تكون دالة الهدف فيها مكونه من جزأين يمثل احدهما العائد المتوقع من المحفظة الذي يكون في صورة تربيعية ويمثل الآخر تباين قيمة المحفظة الذي يكون في صورة خطية.

١٠. تستخدم البرمجة الخطية لإيجاد الحل الأمثل في المواقف متعددة الخطوات والتي تتضمن مجموعة من القرارات المرتبطة.

١١. البرمجة الخطية هي إحدي النماذج الرياضية لبحوث العمليات والتي تستخدم لحل المشاكل التي تهدف لتدنية أو تعظيم بعض الكميات من خلال إيجاد بديل أو بدائل مثلي تنجح في توزيع الموارد المحدودة علي الإستخدامات المتنافسة في ظل معادلات ومتباينات تربيعية.

١٢. من شروط البرمجة الخطية محدودية الموارد المتاحة.

١٣. عند الإستعانة بالبرمجة الخطية يجب التأكد من أن اتخاذ القرارات هنا تحدث في ظل المخاطرة.

١٤. عند الإستعانة بالبرمجة الخطية يجب أن تكون قيم المتغيرات أرقام صحيحة .

١٥. يمكن أن تكون نواتج حل البرمجة الخطية موجبة أو صفرية أو سالبة.

١٦. قيد عدم السلبية من القيود غيرالهامة في البرمجة الخطية.

١٧. تأخذ المتباينات علامة (أكبر من) أو (أكبر من أو تساوي) في حالة إذا كان نوع دالة الهدف هو تخفيض التكاليف

١٨. تأخذ المتباينات علامة (أكبر من) أو (أكبر من أو تساوي) في حالة إذا كان نوع دالة الهدف هو تعظيم الأرباح.

١٩. يفضل استخدام التفاضل الكلي ودالة لاجرانج مع الدوال غير الخطية.

٢٠. يفضل استخدام طريقة كون توكر إذا كانت العلاقات تأخذ شكل الدالة التربيعية.

ثانياً : أسئلة المقال

٢١. تكلم عن الأنواع المختلفة للبرمجة مع بيان ما هي الشروط التي يفضل فيها استخدام كل نوع؟

٢٢. عرف البرمجة الخطية مع ذكر استخداماتها المختلفة؟

٢٣. ما هي شروط وفروض البرمجة الخطية؟

٢٤. تكلم باختصار عن الطرق المختلفة لحل مشاكل البرمجة الخطية؟

ثالثاً : تمارين رقمية

٢٥. بفرض أنك مديراً لمصنع أدوية يهتم بإنتاج دواء معين مستخلصاً من نباتين س ، ص يحتويان علي عناصر تركيب هذا الدواء وفيمايلي جدول يوضح تركيب العناصر الواجب احتوائها في الدواء وتكلفة الوحدة الواحدة من النباتات

العنصر	النبات الاول	النبات الثاني	الحد الأدني من العناصر الواجب احتوائها في الدواء
ماء	٦	١٢	٥٠
كالسيوم	٠,٢	٠,٦	١
بنسيلين	١,٥	٠,٥	٤
زنك	٢,٥	٠	٢
كورتيزون	٠	١,٥	١
تكلفة الوحدة من النبات	٣	٢	

ما هو المقدار الأمثل من كل نبات للوصول بتكلفة الدواء إلي أقل حد ممكن ، مستخدماً طريقة السمبلكس للبرمجة الخطية؟

٢٦. تنتج شركة أدوات كهربائية ثلاث منتجات أ ، ب ، جـ ، وقدرت الشركة ربح كل وحدة كالآتي ١٥٠، ١٢٠

، ٩٠ على الترتيب.، وتمر المنتجات بثلاثة مراحل وهي التصنيع ، التجميع و اختبار الجودة ، والجدول الآتي يوضح عدد الساعات اللازمة لإنتاج وحدة واحدة من هذه المنتجات

المنتج	التصنيع	التجميع	الجودة
أ	٢	٣	١
ب	٣	٢	٠,٧٥
جـ	٤	٢	٠,٧٥
الوقت المتاح	٤٥٠	٣٧٠	٢٠٠

ضع المسألة السابقة في الصورة العامة للبرمجة الخطية بيانياً؟

٢٧. يقوم مصنع المجد للألعاب الخشبية بصناعة نوعين من الألعاب طائرات و قطارات ، تباع الطائرة بـ ١١٠ جنيه و القطار ٨٤ جنيه وتكلف الطائرة المصنع ٣٠ جنيه للمواد الأولية و ٤٠ جنيه للعمالة ويكلف القطار ٢٥ جنيه للمواد الأولية و ٣٠ جنيه للعمالة ، وتتطلب الطائرة ساعة في قسم النجارة وساعتين في قسم التهيئة ويتطلب القطار ساعة في كل قسم ، فإذا كان الوقت المتاح لهذه الألعاب هو ٨٠ ساعة أسبوعيا في قسم النجارة و ١٠٠ ساعة أسبوعيا في قسم التهيئة والطلب على الطائرات لا

يزيد عن ٤٠ طائره أسبوعيا ، فضع المسألة في الصورة العامة للبرمجة الخطية لتعظيم الربح بواسطة الطريقة البيانية؟

٢٨. تنتج شركه ثلاث منتجات كهربائية ، مكيفات ،أفران ، و مجففات وقدرت الشركة ربح كل وحدة كالآتي ٣٠٠ ، ١٠٠ ، ٧٠ على الترتيب. وتمر المنتجات بثلاث مراحل وهي التصنيع ، التجميع و اختبار الجودة ، والجدول الآتي يوضح عدد الساعات اللازمة لإنتاج وحده واحدة من هذه المنتجات

	مراحل التصنيع		
المنتج	التصنيع	التجميع	اختبار الجودة
مكيفات	٣	٤	١
أفران	٢	٢	٠,٥٠
مجففات	٢	٠,٧٥	٠,٥٠
الوقت المتاح	٤٠٠	٣٥٠	٢٠٠

ضع المسألة في الصورة العامة للبرمجة الخطية ، ثم حل المسألة مستخدماً طريقة السمبلكس؟

٣٠. لديك منتجين س ، ص يحتاجوا إلي المواد الخام ع ، ل وحيث أن الطاقة المتاحة لـ (ع) هي ٢٤ والطاقة المتاحة لـ (ل) هي ٦ وكان لديك الجدول التالي

	المنتج الأول	المنتج الثاني
المادة الخام ع	٦	٤
المادة الخام ل	١	٢
ربح الوحدة	٥	٤

وتم إضافة القيدين ١ - إنتاج المنتج الثاني لا يزيد عن وحدتين

٢ - المنتج الثاني يزيد إنتاجه عن إنتاج المنتج الأول بوحدة علي الأكثر

حدد الحل الأمثل الذي يعظم الربح للمنتجين ؟

٣١. شركة أثاث تنتج مكاتب وكراسي ، قسم النجارة يقطع الخشب للمنتجين وبعد ذلك يتم إرسال الألواح إلي أقسام منفصلة والأصناف المجمعة يتم إرسالها لقسم الدهان .الطاقة القصوى لقسم النجارة هي ٢٠٠ كرسي و ٨٠ مكتب ، قسم

تجميع الكراسي يمكنه إنتاج ١٢٠ كرسي يومياً وقسم تجميع المكاتب يمكنه إنتاج ٦٠ مكتب يومياً قسم الدهان طاقته اليومية ١٥٠ كرسي أو ١١٠مكتب فإذا كان ربح الكرسي ٥٠ جنيه والمكتب ١٠٠ جنيه حدد حجم الإنتاج الأمثل للشركه لتحقيق أقصي ربح؟

٣٢. شركة الأصالة تستطيع أن تعلن عن منتجاتها في الإذاعة والتليفزيون فإذا كانت ميزانية الإعلان لا تزيد عن ١٠٠٠٠ جنيه شهرياً، تكلفة الإعلان في الإذاعة هي ١٥ جنيه للدقيقة وفي التليفزيون ٣٠٠ جنيه للدقيقة ، ترغب الشركة في الإعلان في الإذاعة علي الأقل مرتين مثل التليفزيون ، وفي نفس الوقت من المنطقي عدم استخدام أكثر من ٤٠٠ دقيقة إعلان في الإذاعة شهرياً ومن الخبرة السابقة تقدر كفاءة الإعلان في التليفزيون أفضل ٢٥ مرة من الإذاعة حدد التوزيع الأمثل لميزانية الإعلان لتحقيق أقصي استفادة ممكنة ؟

٣٣. مصنع لإنتاج (الثلاجات والديب فريزر) بفرض أن ربح الثلاجة ٢٠٠ جنيه وربح الديب فريزر ٥٠٠ جنيه وأن المصنع به (٣) أقسام إنتاجية وهى التصنيع والتجميع والدهان والطاقة الإنتاجية لها على التوالي هي (٣٦٠ ، ٦٠٠ ، ٦٠٠) ساعة وتحتاج الثلاجة من الأقسام الإنتاجية الثلاثة على التوالي إلي ٠,٣ ، ١ ، ١,٢٠ ساعة ويحتاج الديب فريزر إلي (٠,٦ ، ٠,٨ ، ٠,٤) ساعة على التوالي

المطلوب : باستخدام الحل البياني للبرمجة الخطية إيجاد عدد الوحدات من كل من الثلاجات والديب فريزر الذي يجعل الربح أكبر ما يمكن؟

٣٤. مصنع ينتج منتجين (ريسيفر وفيديو) ربح كل منهما على التوالي هو (٥٠٠ ، ٣٠٠) جنيه والمصنع به قسمين إنتاجيين التصنيع الجزئي والتجميع والطاقة المتاحة في كل من القسمين على التوالي هو ٩٠ ساعة ، ٨٠ ساعة ويحتاج الريسيفر إلي ١,٥ ساعة من قسم التصنيع و ٢ ساعة من قسم التجميع ويحتاج الفيديو إلي ٣ ساعة من قسم التصنيع ، ١ ساعة من قسم التجميع

المطلوب : ما هو عدد الوحدات الواجب إنتاجها من كل منتج بحيث يكون الربح أعظم ما يمكن باستخدام الحل البياني للبرمجة الخطية مع ملاحظة الآتي :

مبيعات الفيديو لا تزيد عن مبيعات الريسيفر باكثر من ١ وحدة في اليوم الواحد .

مبيعات الريسيفر لا تزيد في اليوم الواحد عن (٢٠) وحدة.

٣٥. لديك الجدول التالي الذي يوضح تلخيصاً لمشكلة برمجة خطية معينة

القسم الانتاجى / المنتج	س	ص	ع	الطاقة المتاحة (القصوى)
الأول	١ ساعة	٢ ساعة	٢ ساعة	١٠ ساعة
الثانى	٢ ساعة	٣ ساعة	٤ ساعة	١٨ ساعة
ربح الوحدة بالجنية	٣ جنيه	٥ جنيه	٢ جنيه	

ساعد الشركة في الحصول علي التشكيلة المناسبة من المنتجات للحصول علي أكبر ربح ممكن بواسطة طريقة السمبلكس؟

٣٦. يملك مزارع مزرعة لزراعة الفاكهة والخضراوات وكان إنتاج الطن من الخضر يحتاج إلى (١٦) عمالة زراعية وإلى (١٦)عمالة فنية ساعة وإلى(١٤) جنيه رأس مال وإنتاج طن الفاكهة يحتاج (٢٨) ساعة عماله زراعية وإلى (٢٠) ساعة عمالة فنية وإلى (٣٦) جنيه رأس مال وكانت طاقة المزرعة من العمالة الزراعية (١١٢) ساعة عمل زراعى يومياً و(٨٠) ساعة عمل فنيى يومياً ورأس مال (١١٢) جنيه يومياً وإذا كانت المزرعة توزع إنتاجها إلى أحد الفنادق يومياً بسعر الطن للخضراوات (٢٥٠) جنيه وللفاكهة (٤٥٠) جنيه .

فأوجد توزيع طاقات المزرعة على إنتاج الخضر والفاكهة بما يحقق لها أكبر ربح ممكن.

٣٧. شركة تقوم بإنتاج نوعين من هياكل الدرجات الأول نوع فاخر والثاني نوع عادي ويتم إنتاجهم باستخدام نوعين من المواد الخام وهي الألومونيوم والحديد وكان ربح الوحدة من الهياكل الفاخرة ١٠جنيه ، وربح الوحدة من الهياكل العادية ١٥جنيه.

وكانت الهياكل الفاخرة تحتاج إلي ٢ كجم من الألومنيوم و٣ كجم من الحديد بينما الهياكل العادية تحتاج إلي ٤ كجم من الألومنيوم و ٢ كجم من الحديد

ما هو عدد الهياكل من كل نوع التي يجب على الشركة إنتاجها علماً بان إجمالي الألومنيوم المستخدم في الأسبوع لا يتعدى ١٠٠ كجم وان إجمالي الحديد الصلب المستخدم في الأسبوع لا يتعدى ٩٠ كجم وذلك لتعظيم ربح الشركة. باستخدام طريقة السمبلكس؟

٣٨. تقوم الشركة المتحدة بإنتاج نوعين من الأواني الزجاجية ولإتمام العملية الإنتاجية لابد من استخدام آلة وعدد معين من ساعات العمل، والوقت المتاح للآلة هو ٢٤ساعة ، بينما الوقت المتاح من عنصر العمل هو ١٦ساعة ، تحتاج كل وحدة منتجة من النوع الأول للأواني إلى ساعتين من الآلة، وساعتين من

العمل، بينما تحتاج كل وحدة من النوع الثاني للأواني إلى ٣ ساعات من الآلة و ساعة واحدة من عنصر العمل ، ويبلغ سعر كل وحدة مباعة من النوع الأول ١٢جنيهاً ، ومن النوع الثاني ١٤ جنيهاً، علماً بأن السوق لا يستطيع أن يبيع أكثر من سبع وحدات فقط من المنتج الأول في سوق معين ، وست وحدات فقط من المنتج الثاني في سوق اخر.

ساعد مدير الشركة في أن يحدد كمية الإنتاج من السلعتين التي تحقق للشركة أعلى عائد بواسطة أسلوب السمبلكس؟

٣٩. استكمل جدول السمبلكس التالي وصولاً للحل الأمثل

ربح الوحدة	المنتجات	الكمية المتاحة	١,٥ س	١,٨ ص	صفر ع	صفر ل	صفر م	صفر ن
صفر	ع	٣٠٠٠	صفر	صفر	١	-٣	صفر	٤
١,٥	س	١٠٠٠	١	صفر	صفر	١	صفر	-٢
صفر	م	٣٠٠٠	صفر	صفر	صفر	-١	١	٢
١,٨	ص	٤٥٠٠	صفر	١	صفر	صفر	صفر	١

٤٠. استكمل جدول السمبلكس التالي وصولاً للحل الأمثل

ربح الوحدة	المنتجات	الكمية المتاحة	١٠	٢٠	صفر	صفر
			س	ص	ل	م
؟	ص	٣	٠,٢٥	١	٠,٢٥	صفر
صفر	م	٧	١,٧٥	صفر	٠,٢٥-	١
الربح الإجمالي		؟	؟	؟	؟	؟
صافي الربح		؟	؟	؟	؟	؟

الفصل الخامس

نمـــاذج النـــقل

أهداف هذا الفصل

عند الانتهاء من هذا الفصل سوف يكون القارئ قادراً على

١ ـ التعرف علي مفهوم نماذج النقل.

٢ ـ التعرف علي عناصر نماذج النقل ونموذجه الرياضي.

٣ ـ معرفة الخطوات النظرية والتطبيقية لطرق الحل المبدئي لمشكلة النقل والتي تتضمن طرق الركن الشمالي الغربي ، طريقة أقل تكلفة ، كريقة فوجيل ، طريقة روسيل.

٤ ـ معرفة كيفية تقييم أمثلية الحل بواسطة طرق حجر الوطء والتوزيع المعتدل.

مقدمة:

تعتبر نماذج النقل مشتقة أصلاً من النموذج الرياضي العام للبرمجة الخطية وتعتبر حالة خاصة من الشبكات كما تستخدم نماذج النقل في برمجة الأعداد الصحيحة أيضاً.

فيعتبر نموذج النقل من أهم نماذج البرمجة الخطية في المنشآت الصناعية، إذ يعتبر مكملاً للعملية الإنتاجية بهدف إمدادها لما تحتاج إليه من مستلزمات الإنتاج في الوقت والمكان المحددين، يبحث هذا النموذج نقل سلعة ما من عدد من المواقع والتي تمثل جانب العرض إلى عدد من المواقع الأخري والتي تمثل جانب الطلب بأقل التكاليف أو أقل زمن ممكن بشرط أن يكون التجهيز عند كل مصدر والطلب عند كل موقع وتكلفة نقل الوحدة الواحدة أو الزمن المستغرق لنقل الوحدات من كل مصدر إلى كل موقع معلومة ومحددة .

التطور التاريخي لنماذج النقل المختلفة

تعود الجذور التاريخية لنموذج النقل إلى عام ١٩٤١م عندما قدم هيتشكوك دراسته بعنوان "توزيع الإنتاج من عدة مصادر إلى مواقع مختلفة " وفي عام ١٩٤٧م قدم كوبمانس دراسته بعنوان " الإستخدام الأمثل لمنظومة النقل " التي طورت من قبل دانتزك عام ١٩٦٣م، وفي عام ١٩٥١م درس دانتزك وأخرون طريقة التوزيع المعدل Modify) Distribution method (MODI للحصول على الحل الأمثل أما طريقة المسار المتعرج Stepping Stone فقد

أقترحت من قبل شارنس و كوبر في عام ١٩٥٤م.وفي عام ١٩٥٥م توصل كوهن إلى حل مشكلة تخصيص المهام Assignment problemوهي حالة خاصة من مشكلة النقل التي طورها كلٍ من فورد وفولكرسن في عام ١٩٥٧م، أما طريقة تقريب فوجل V.A.M.فقد أقترحت من قبل فوجل عام ١٩٥٨م، وطريقة R.A.M. فقد أقترحت من قبل روسيل في عام ١٩٦٨م.

تعريف نموذج النقل

هي أحد الأساليب التي تستخدم لتحديد الكميات المثلي الواجب نقلها من أماكن الإنتاج إلي أماكن التوزيع.

وذلك بهدف ...

* تخفيض تكاليف النقل أو تخفيض زمن النقل.

* تعظيم صافي الربح (عن طريق الفرق بين سعر البيع ، تكلفة التصنيع والنقل).

عناصرمشكلة النقل:

من المتطلبات الأساسية لتطبيق أسلوب مشكلة النقل في حل المشاكل الإدارية تَوافر العناصر التالية:

- مواقع توزيع (مصانع ، مستودعات) لكل منها طاقة محددة (جانب العرض).

- مواقع استيعاب (مراكز تجارية وزبائن محددة مواقعهم) لكل منهم طلب محدد(جانب الطلب).
- توافر مجموعة من بدائل النقل (مسارات النقل ووسائل النقل) وإن لكل واحد من هذه البدائل تكلفة معينة وقدرة استيعابية معينة للنقل.
- وجود هدف معين سواء كان متمثلاً في حجم أو قيمة المواد المنقولة أو تكاليف النقل.
- هناك تكلفة نقل محددة مسبقاً لنقل البضاعة من فئة لأخري.
- يوجد نوعين من القيود الأساسية : قيود أفقية تعبر عن جانب العرض وأخرى عمودية تعبر عن جانب الطلب.

النموذج الرياضي لمشكلة النقل :

	D_1	D_2		D_n	a_i
S_1	X_{11}	X_{12}		X_{1n}	a_1
S_2	X_{21}	X_{22}		X_{2n}	a_2
S_m	X_{m1}	X_{m2}		X_{mn}	a_m
b_j	b_1	b_2		b_n	

حيث

D مراكز الطلب	S مراكز العرض
i عدد مراكز العرض	J عدد مراكز الطلب
X_{ij} الكمية المنقولة	C_{ij} تكاليف النقل
a_{ij} الكمية المعروضة	b_{ij} الكمية المطلوبة

القيود الأساسية :

- قيود جانب العرض : $\sum_{j=1}^{n} Xij = ai$
- قيود جانب الطلب : $\sum_{i=1}^{m} Xij = bj$

حيث $i=1,2,3,\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots m$

$j=1,2,3,\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots n$

- دالة الهدف

$$Z=\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{m} cij\ xij \rightarrow min$$

- قيود عدم السلبية : $Xij \geq 0$

أنواع مشاكل النقل

- من حيث التوازن

١. مشاكل النقل المغلق (جانب العرض = جانب الطلب).

٢. مشاكل النقل المفتوح (جانب العرض ≠ جانب الطلب)

وهنا توجد حالتين

- وجود حالة عجز (الطلب يزيد عن العرض).
- وجود حالة فائض (العرض يزيد عن الطلب).

- من حيث العلاقة بين مراكز العرض ومراكز الطلب
  ١. مشاكل النقل المباشر (ذو مرحلة واحدة).
  ٢. مشاكل النقل غير المباشر(متعدد المراحل).

خطوات حل نماذج النقل

١- ترتيب بيانات المشكلة في جدول أو مصفوفة وذلك بتخصيص صف لكل مصنع (مكان انتاج) وتخصيص عمود لكل مخزن (مكان بيع) وتسمي نقطة تقاطع الصف مع العمود بالخلية.

٢- يتم بيان الطاقة المتاحة لكل مصنع في خانة نهاية يمين كل صف، بينما يتم بيان احتياجات كل مخزن في خانة أسفل كل عمود.

٣- يسجل داخل كل خلية الكمية المقترح نقلها من المصنع إلي المخزن فمثلاً تعبر الخلية X_{21} عن نقل الكمية X من المصنع S_2 إلي المخزن D_1.

٤- تسجل تكلفة نقل الكمية الموجودة بالخلية في مربع صغير في الجانب العلوي الأيمن داخل الخلية.

٥- تصميم الحل المبدئي لمشكلة النقل بإحدي الطرق التالية

طرق الحل المبدئي لمشاكل النقل

١ـ طريقة الركن الشمالي الغربي North- West Corner Method

٢ـ طريقة أقل تكلفة The Least- Cost Method

٣ـطريقة فوجيل Vogel's Approximation Method

وفيمايلي شرح مبسط لكل طريقة مع توضيحها بمثال رقمي

أولاً- طريقة الركن الشمالي الغربي North- West Corner Method

خطوات الحل:

١ـ نبدأ بملأ الخانة الأولي علي الشمال، حيث نقارن بين قيمة الصف وقيمة العمود ونضع القيمة الأقل ثم نشطب باقي خانات الصف أو العمود صاحب هذه القيمة.

٢ـ ننتقل إلي الخانة المجاورة للخانة السابقة سواء كانت علي يمينها أو أسفلها ثم نقارن قيمة الصف وقيمة العمود، ونضع الأقل وهكذا ...

٣ـ يتم حساب التكلفة بضرب قيمة كل خانة × تكلفة الخانة والجمع.

مثال توضيحي

تمتلك إحدي الشركات ٣ مصانع هي A_1, A_2, A_3 ولديها ٣ مخازن هي B_1, B_2, B_3 وكانت طاقة المصانع الإنتاجية هي ٨٠٠ ، ٦٠٠ ، ١٠٠٠ علي الترتيب بينما الطاقة الاستيعابية للمخازن هي ١٢٠٠ ، ٥٠٠ ، ٧٠٠ علي الترتيب وكانت مصفوفة تكلفة تنقل الوحدة من كل مصنع إلي كل مخزن هي:

	B_1	B_2	B_3
A_1	8	2	5
A_2	6	4	3
A_3	2	3	1

المطلوب معرفة خطة النقل وتكلفة النقل بإستخدام طريقة الركن الشمالي الغربي .

الحـــل

جدول الحل المبدئي مع الشرح

- نبدأ بملأ الخانة الأولي علي الشمالA_1B_1، حيث نقارن بين قيمة الصف 800وقيمة العمود 1200ونضع القيمة الأقل 800 ثم نشطب باقي خانات الصف أو العمود صاحب هذه القيمة.

- ننتقل للخانة التالية وهي الخلية A_2B_1 ونقارن بين قيمة الصف 600 وقيمة العمود 400 ونضع القيمة الأقل 400 ثم نشطب باقي خانات الصف أو العمود صاحب هذه القيمة.

- ننتقل للخانة التالية وهي الخلية A_2B_2 ونقارن بين قيمة الصف 200 المتبقية بعد طرح (٦٠٠-٤٠٠ = ٢٠٠) وقيمة العمود 500 ونضع القيمة الأقل 200 ثم نشطب باقي خانات الصف أو العمود صاحب هذه القيمة.

- ننتقل للخانة التالية وهي الخلية A_3B_2 ونقارن بين قيمة الصف 1000 وقيمة العمود 300 ونضع القيمة الأقل 300 ثم نشطب باقي خانات الصف أو العمود صاحب هذه القيمة.

- ننتقل للخانة التالية والأخيرة وهي الخلية A_3B_3 ويتم ملؤها بالمتبقي من قيم صفها وعمودها وهي الكمية ٧٠٠

جدول الحل المبدئي بطريقة الركن الشمالي الغربي

	B1	B2	B3	Supply
A1	1 (البداية) 800	8 / 2	5	800
A2	2 400	6 / 3 200	4 / 3	600
A3	2	4 300	3 / 5 700	1 / 1000
Demand	1200	500	700	2400

وبحساب التكلفة الإجمالية للنقل بضرب الكميات المطلوب نقلها × تكلفة نقل الوحدة وذلك كمايلي

التكلفة = (٨×٨٠٠ + ٦×٤٠٠ + ٤×٢٠٠ + ٣×٣٠٠ + ١×٧٠٠) = ١١٢٠٠جنيه.

ويمكن توضيح خطة النقل عن طريق تتابع مسارات الأسهم الموجودة بالجدول فهي تبدأ بالخلية A_1B_1 ثم الخلية A_2B_1 وبعدها الخلية A_2B_2 وتليها الخلية A_3B_2 وينتهي مسار النقل بالخلية A_3B_3.

ثانياً : طريقة أقل تكلفة The Least- Cost Method

خطوات الحل:

١- يتم البدء بملأ الخانة التي لها أقل تكلفة في الجدول كله، حيث نقارن بين قيمة الصف وقيمة العمود، ونضع القيمة الأقل ثم نشطب باقي خانات الصف أو العمود صاحب هذه القيمة.

٢- ننتقل إلي الخانة التي لها أقل تكلفة في الخانات الباقية حيث يتم مقارنة قيمة الصف والعمود لهذه الخانة ونضع الأقل وهكذا.

٣- يتم حساب التكلفة بضرب قيمة كل خانة × تكلفة الخانة والجمع.

مثال توضيحي

تمتلك إحدي الشركات ٣ مصانع هي A_1, A_2, A_3 ولديها ٣ مخازن هي B_1, B_2, B_3 وكانت طاقة المصانع الإنتاجية هي

٨٠٠ ، ٦٠٠ ، ١٠٠٠ علي الترتيب بينما الطاقة الاستيعابية للمخازن هي ١٢٠٠ ، ٥٠٠ ، ٧٠٠ علي الترتيب وكانت مصفوفة تكلفة تنقل الوحدة من كل مصنع إلي كل مخزن هي:

	B_1	B_2	B_3
A_1	8	2	5
A_2	6	4	3
A_3	2	3	1

المطلوب معرفة خطة النقل وتكلفة النقل بإستخدام طريقة أقل تكلفة ممكنة؟

الحـــل

جدول الحل المبدئي مع الشرح

١- يتم البدء بملأ الخانة التي لها أقل تكلفة في الجدول كله (الخلية A_3B_3 وتكلفتها = ١)، حيث نقارن بين قيمة الصف 1000 وقيمة العمود 700، ونضع القيمة الأقل 700 ثم نشطب باقي خانات العمود صاحب هذه القيمة.

٢- ننتقل إلي الخانة التي لها أقل تكلفة في الخانات الباقية (الخلية A_1B_2 أو الخلية A_3B_1 وتكلفتهما = ٢) وبالتعامل مع أي خليه منهما ولتكن الخلية A_1B_2 حيث يتم مقارنة قيمة الصف 800 والعمود 500 لهذه الخانة ونضع الأقل 500وهكذا.

٣- ننتقل للخلية صاحبة أقل تكلفة وهي الخلية A_3B_1 وتكلفتهما = ٢ حيث يتم مقارنة قيمة الصف 300 والعمود1200 لهذه الخانة ونضع الأقل 300وهكذا.

٤- ننتقل للخلية صاحبة أقل تكلفة وهي الخلية A_2B_1 وتكلفتهما = 6 حيث يتم مقارنة قيمة الصف 600 والعمود800 لهذه الخانة ونضع الأقل 600.

٥- ننتقل للخلية الأخيرة صاحبة أقل تكلفة وهي الخلية A_1B_1 وتكلفتهما = 8 حيث يتم ملؤها بالقيمة المتبقية في الصف والعمود وقيمتها = ٣٠٠ .

جدول الحل المبدئي بطريقة أقل تكلفة

	B1	B2	B3	Supply
A1	(5) 8 — 300	(2) 2 — 500	5 —	800
A2	(4) 6 — 600	4 —	3 —	600
A3	(3) 2 — 300	3 —	(1) 1 — 700	1000
Demand	1200	500	700	2400

وبحساب التكلفة الإجمالية للنقل بضرب الكميات المطلوب نقلها × تكلفة نقل الوحدة وذلك كمايلي

التكلفة = (١×٧٠٠ + ٢×٥٠٠ + ٢×٣٠٠ + ٦×٦٠٠ + ٣×٨٠٠) = ٨٣٠٠ جنيه.

ويمكن توضيح خطة النقل عن طريق تتابع مسارات النقل وترقيمها الموضح بالجدول فهي تبدأ بالخلية A_3B_3 ثم الخلية A_1B_2 وبعدها الخلية A_3B_1 وتليها الخلية A_2B_2 وينتهي مسار النقل بالخلية A_1B_1.

جدير بالذكر ومنطقياً نلاحظ أن تكلفة النقل بطريقة أقل تكلفة = ٨٣٠٠ جنيه وهي من المؤكد أنها أقل من تكلفة النقل بطريقة الركن الشمالي الغربي.

ثالثاً:طريقة فوجيل Vogel's Approximation Method

١- يتم إيجاد الوفر بالنسبة للصفوف عن طريق اختيار أقل تكلفتين بين كل صف ثم نقوم بطرحهما لإيجاد الوفر للصف.

٢- يتم إيجاد الوفر بالنسبة للأعمدة عن طريق اختيار أقل تكلفتين بين كل عمود ثم نقوم بطرحهما لإيجاد الوفر للعمود.

٣- يتم اختيار الصف أو العمود الذي يعطي أكبر فرق (أكبر وفر) ويتم اختيار الخانة التي لها أقل تكلفة في هذا الصف أو العمود لنبدأ بها الحل، حيث يتم مقارنة مجموع الصف مع مجموع

العمود لهذه الخانة ونضع بها القيمة الأقل ثم نشطب باقي خانات الصف أو العمود صاحب هذه القيمة.

٤- يتم إعادة حساب الفروق من جديد بعد استبعاد الصف أو العمود الذي اكتمل.

٥- يتم تكرار الخطوات السابقة حتي ننتهي من جميع الخانات.

٦ -يتم حساب التكلفة الكلية للنقل بضرب الرقم الموجود في كل خانة × تكلفة الخانة والجمع.

مثال توضيحي

تمتلك إحدي الشركات ٣ مصانع هي A_1, A_2, A_3 ولديها ٣ مخازن هي B_1, B_2, B_3 وكانت طاقة المصانع الإنتاجية هي ٨٠٠ ، ٦٠٠ ، ١٠٠٠ علي الترتيب بينما الطاقة الاستيعابية للمخازن هي ١٢٠٠ ، ٥٠٠ ، ٧٠٠ علي الترتيب وكانت مصفوفة تكلفة تنقل الوحدة من كل مصنع إلي كل مخزن هي:

	B_1	B_2	B_3
A_1	8	2	5
A_2	6	4	3
A_3	2	3	1

المطلوب معرفة خطة النقل وتكلفة النقل بإستخدام طريقة فوجل

الحـــل

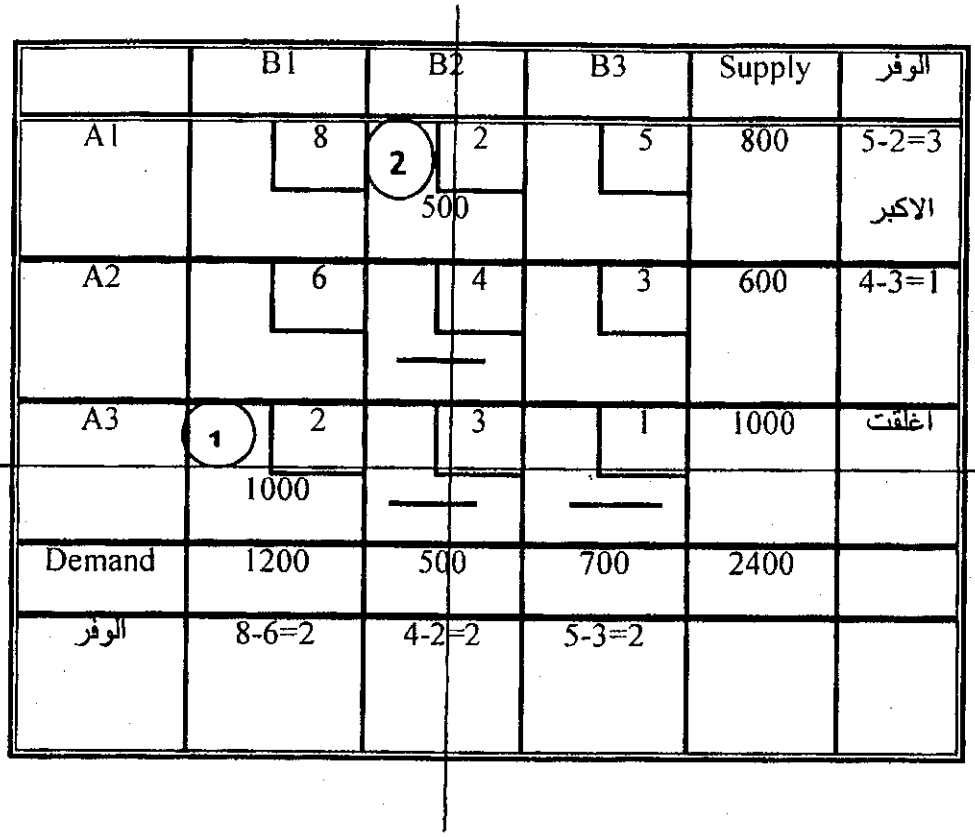
- يتم إيجاد الوفر بالنسبة للصفوف عن طريق اختيار أقل تكلفتين بين كل صف ثم نقوم بطرحهما لإيجاد الوفر للصف،

يتم إيجاد الوفر بالنسبة للأعمدة عن طريق اختيار أقل تكلفتين بين كل عمود ثم نقوم بطرحهما لإيجاد الوفر للعمود، ثم نختار أكبر وفر (٤) ونختار أقل تكلفة في العمود صاحب أكبر وفر وهنا عند الخلية A_3B_1 وتكلفتها =٢ لنبدأ بها الحل، حيث يتم مقارنة مجموع الصف 1000 مع مجموع العمود 1200 لهذه الخانة ونضع بها القيمة الأقل 1000 ثم نشطب باقي خانات الصف أو العمود صاحب هذه القيمة.

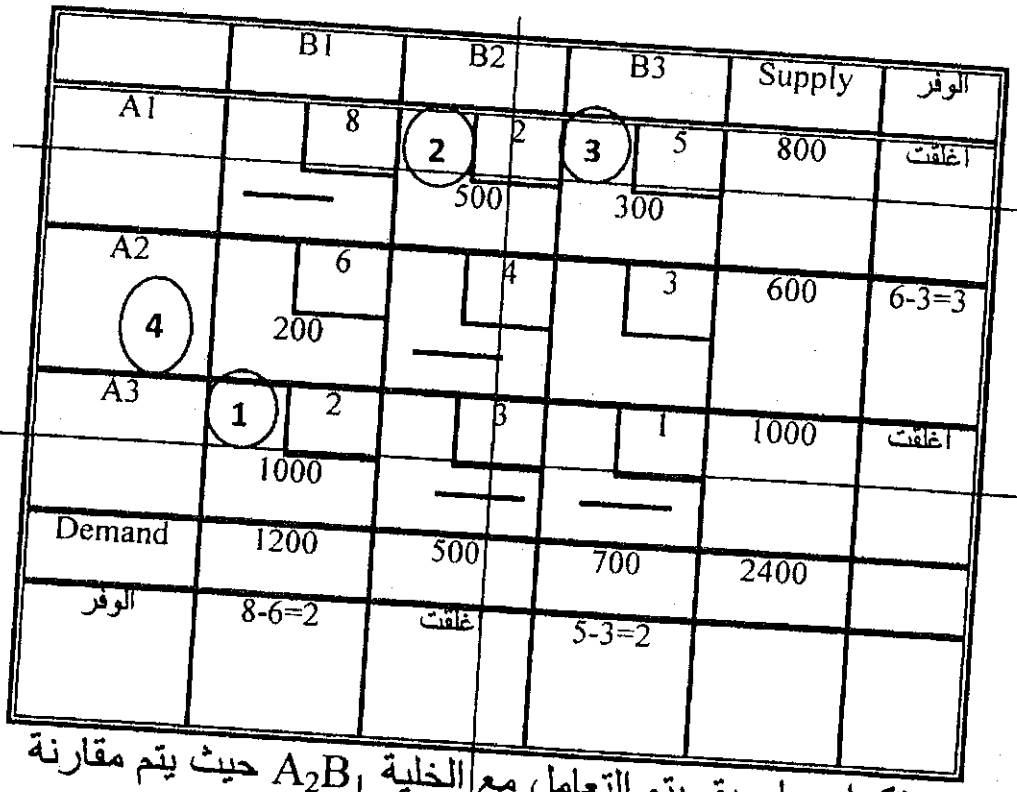
جدول الحل المبدئي

	B1	B2	B3	Supply	الوفر
A1	8	2	5	800	5-2=3
A2	6	4	3	600	4-3=1
A3	1 (2) 1000	3	1	1000	2-1=1
Demand	1200	500	700	2400	
الوفر	6-2=4 اكبر وفر	3-2=1	3-1=2		

وبشطب الصف A_3 وبتكرار حساب الوفورات فنحصل علي مايلي



ثم نختار أكبر وفر (٣) ونختار أقل تكلفة في العمود صاحب أكبر وفر وهنا عند الخلية A_1B_2 وتكلفتها =٢ لنبدأ بها الحل، حيث يتم مقارنة مجموع الصف 800 مع مجموع العمود 500 لهذه الخانة ونضع بها القيمة الأقل 500 ثم نشطب باقي خانات العمود صاحب هذه القيمة وهو العمود B_2.



وبتكرار ما سبق يتم التعامل مع الخلية A_2B_1 حيث يتم مقارنة مجموع الصف 600 مع مجموع العمود 200 لهذه الخانة ونضع بها القيمة الأقل 200 ثم نشطب باقي خانات العمود صاحب هذه القيمة وهو العمود B_1.

وبالوصول للخلية الأخيرة وهي A_2B_3 نكون قد وصلنا للخطوة الأخيرة حيث يتم ملؤها بالرقم المتبقي في كلا من الصف أو العمود وهو 400 وبذلك نصل للجدول النهائي التالي

	B1	B2	B3	Supply	الوفر
A1	8	2 (2) 500	5 (3) 300	800	اغلقت
A2	6 (4) 200	4	3 (5) 400	600	6-3=3
A3	2 (1) 1000	3	1	1000	اغلقت
Demand	1200	500	700	2400	
الوفر	اغلقت	اغلقت	5-3=2		

وبحساب التكلفة الإجمالية للنقل بضرب الكميات المطلوب نقلها × تكلفة نقل الوحدة وذلك كمايلي

التكلفة = (٢×١٠٠٠ + ٢×٥٠٠ + ٥×٣٠٠ + ٦×٢٠٠ + ٣×٤٠٠) = ٦٩٠٠ جنيه.

ويمكن توضيح خطة النقل عن طريق تتابع مسارات النقل وترقيمها الموضح بالجدول فهي تبدأ بالخلية A_3B_1 ثم الخلية A_1B_2 وبعدها الخلية A_1B_3 وتليها الخلية A_2B_1 وينتهي مسار النقل بالخلية A_2B_3.

جدير بالذكر ومنطقياً نلاحظ أن تكلفة النقل بطريقة فوجل = ٦٩٠٠ جنيه وهي تكون أقل من تكلفة النقل بطريقة الركن الشمالي الغربي وطريقة أقل تكلفة ، ولذلك سميت طريقة فوجيل بالطريقة المثلي.

رابعاً : طريقة روسيل التقريبية *Russell's Approximation*

خطوات الحل

١ـ تحديد أكبر تكلفة لكل صف ولكل عمود.

٢ـ تكوين مصفوفة جديدة قيم خلاياها تتحدد بالمعادلة التالية

قيمة خلية المصفوفة = قيمة الخلية – أكبر تكلفة لصفها – أكبر تكلفة لعمودها.

٣ـ نختار الخلية صاحبة أكبر رقم ناتج من المعادلة السابقة ويتم ملؤها عن طريق مقارنة صفها وعمودها ويتم ملؤها بالقيمة الأصغر.

٤ـ يتم شطب الصف أو العمود الذي تم ملؤه .

٥ـ يتم إعادة الخطوات السابقة تكراراً.

مثال توضيحي

تمتلك إحدي الشركات ٣ مصانع هي A_1, A_2, A_3 ولديها ٣ مخازن هي B_1, B_2, B_3 وكانت طاقة المصانع الإنتاجية هي ٨٠٠ ، ٦٠٠ ، ١٠٠٠ علي الترتيب بينما الطاقة الاستيعابية للمخازن هي ١٢٠٠ ، ٥٠٠ ، ٧٠٠ علي الترتيب وكانت مصفوفة تكلفة تنقل الوحدة من كل مصنع إلي كل مخزن هي:

	B_1	B_2	B_3
A_1	8	2	5
A_2	6	4	3
A_3	2	3	1

المطلوب معرفة خطة النقل وتكلفة النقل بطريقة روسيل

الحـــل

	B_1	B_2	B_3	الأكبر
A_1	8	2	5	8
A_2	6	4	3	6
A_3	2	3	1	3
الأكبر	8	4	5	

المصفوفة الجديدة تتكون بالمعادلة

قيمة الخلية الجديدة = قيمتها القديمة – أكبر قيمة لصفها – أكبر قيمة لعمودها

	B_1	B_2	B_3
A_1	8-8-8=-8	2-8-4=-10	5-8-5=-8
A_2	6-6-8=-8	4-6-4=-6	3-6-5=-8
A_3	2-3-8=-9	3-3-4=-4	1-3-5=-7

وبأختيار أكبر خلية سالبة وهي الخلية التي نبدأ بها الحل وهي الخلية A_1B_2 وبمقارنة قيم صفها ٨٠٠وعمودها ٥٠٠ فنملؤها بالأقل ٥٠٠ ونشطب العمود B_2 ككل ونعيد تكوين مصفوفة جديدة كما سبق وبينا بعد شطب العمود كمايلي

	B1	B2	B3	Supply
A1	8	2 (1) 500	5	800
A2	6	4	3	600
A3	2	3	1	1000
Demand	1200	500	700	2400

ونعيد تكوين مصفوفة جديدة كما سبق وبينا بعد شطب العمود B_2 كمايلي

	B_1	B_3	الأكبر
A_1	8	5	8
A_2	6	3	6
A_3	2	1	2
الأكبر	8	5	

المصفوفة الجديدة تتكون بالمعادلة قيمة الخلية الجديدة = قيمتها القديمة ـ أكبر قيمة لصفها ـ أكبر قيمة لعمودها

	B_1	B_3
A_1	8-8-8=-8	5-8-5=-8
A_2	6-6-8=-8	3-6-5=-8
A_3	2-2-8=-8	1-2-5=-6

نلاحظ وجود أكثر من خلية لها نفس قيمة الفرق – ٨ فنختار الخلية صاحبة أقل تكلفة وهي الخلية A_3B_1 ونقارن صفها ١٠٠٠ بعمودها ١٢٠٠ ونختار الأقل ١٠٠٠ ثم نشطب الصف A_3 ونعيد تكوين المصفوفة

	B1	B2	B3	Supply
A1	8	1 (2) 500	5	800
A2	6	4	3	600
A3	2 (2) 1000	3	1	1000
Demand	1200	500	700	2400

المصفوفة الجديدة تتكون بالمعادلة

قيمة الخلية الجديدة = قيمتها القديمة – أكبر قيمة لصفها – أكبر قيمة لعمودها ، وذلك بعد شطب الصف A_3

	B_1	B_3	الأكبر
A_1	8	5	8
A_2	6	3	6
الأكبر	8	5	

وبتطبيق القانون نصل للمصفوفة

	B_1	B_3
A_1	8-8-8=-8	5-8-5=-8
A_2	6-6-8=-8	3-6-5=-8

نلاحظ وجود أكثر من خلية لها نفس قيمة الفرق – ٨ فنختار الخلية صاحبة أقل تكلفة وهي الخلية A_2B_3 ونقارن صفها 600 بعمودها 700 ونختار الأقل 600 ثم نشطب الصف A_2 ونعيد تكوين المصفوفة

	B1	B2	B3	Supply
A1	8	1 2 500	5	800
A2	6	4	3 3 600	600
A3	2 2 1000	3	1	1000
Demand	1200	500	700	2400

ونعيد تكوين مصفوفة جديدة بعد شطب الصفA_2 كمايلي

	B_1	B_3	الأكبر
A_1	8	5	8
الأكبر	8	5	

المصفوفة الجديدة تتكون بالمعادلة قيمة الخلية الجديدة = قيمتها القديمة – أكبر قيمة لصفها – أكبر قيمة لعمودها

	B_1	B_3
A_1	8-8-8=-8	5-8-5=-8

نلاحظ وجود أكثر من خلية لها نفس قيمة الفرق – ٨ فنختار الخلية صاحبة أقل تكلفة وهي الخلية A_1B_3 ونقارن صفها 300 بعمودها 100 ونختار الأقل 100 ثم نشطب العمود B_3 ليتبقي في النهاية خلية واحدة وهي الخلية A_1B_1 نملؤها بالمتبقي من قيم صفها وعمودها وهو 200 وبالتالي فنصل للشكل التالي

	B1	B2	B3	Supply
A1	8 (5) 200	2 (1) 500	5 (4) 100	800
A2	6 —	4 —	3 (3) 600	600
A3	2 (2) 1000	3 —	1 —	1000
Demand	1200	500	700	2400

وبحساب التكلفة الإجمالية للنقل بضرب الكميات المطلوب نقلها × تكلفة نقل الوحدة وذلك كمايلي

التكلفة = (٨×٢٠٠ + ٢×٥٠٠ + ٥×١٠٠ + ٣×٦٠٠ + ٢×١٠٠٠) = ٦٩٠٠ جنيه.

ويمكن توضيح خطة النقل عن طريق تتابع مسارات النقل وترقيمها الموضح بالجدول فهي تبدأ بالخلية A_1B_2 ثم الخلية A_3B_1 وبعدها الخلية A_2B_3 وتليها الخلية A_1B_3 وينتهي مسار النقل بالخلية A_1B_1.

جدير بالذكر ومنطقياً نلاحظ أن تكلفة النقل بطريقة روسيل = ٦٩٠٠ جنيه وهي تكون أقل من تكلفة النقل بطريقة الركن الشمالي الغربي وطريقة أقل تكلفة ،ومساوية لطريقة فوجل أو أقل منها ،لذلك سميت طريقة روسيل بالطريقة المثلي.

مثال شامل

يوجد ثلاث مصانع هم A_1, A_2, A_3 ويوجد أربعة مخازن وهم B_1, B_2, B_3, B_4 وكانت طاقة المصانع هي ١٠٠ ، ٢٠٠ ، ٣٠٠ علي الترتيب بينما تبلغ الطاقة الاستيعابية للمخازن هي ٨٠ ، ١٧٠ ، ١٩٠ ، ١٦٠ علي الترتيب وكانت تكلفة النقل للوحدة من كل مصنع إلي كل مخزن موضحة بالجدول التالي

	B_1	B_2	B_3	B_4
A_1	7	3	8	2
A_2	5	6	11	12
A_3	10	4	7	6

أوجد تكلفة النقل بستخدام الطرق التالية

١- طريقة الركن الشمالي الغربي.

٢- طريقة أقل تكلفة.

٣- طريقة فوجل .

٤- طريقة روسيل.

وقارن بين النتائج ثم بين مسار النقل لكل طريقة؟

الحـــل

الحل بطريقة الركن الشمالي الغربي

	B_1	B_2	B_3	B_4	العرض
A_1	البداية 7 — 80 →	3 — 20	8	2	100
A_2	5	6 — 150 ↓ → 50	11	12	200
A_3	10	4	7 — 140 ↓	6 — 160 →	300
الطلب	80	170	190	160	600

شرح جدول الحل المبدئي

- نبدأ بملأ الخانة الأولي علي الشمال A_1B_1، حيث نقارن بين قيمة الصف 100وقيمة العمود 80ونضع القيمة الأقل 80 ثم نشطب باقي خانات الصف أو العمود صاحب هذه القيمة.

- ننتقل للخانة التالية وهي الخلية A_1B_2 ونقارن بين قيمة الصف 20 وقيمة العمود 170 ونضع القيمة الأقل 20 ثم نشطب باقي خانات الصف أو العمود صاحب هذه القيمة.

- ننتقل للخانة التالية وهي الخلية A_2B_2 ونقارن بين قيمة الصف 200 وقيمة العمود 150 المتبقية بعد طرح (-170 150=20) ونضع القيمة الأقل 150 ثم نشطب باقي خانات الصف أو العمود صاحب هذه القيمة.

- ننتقل للخانة التالية وهي الخلية A_2B_3 ونقارن بين قيمة الصف 50 وقيمة العمود 190 ونضع القيمة الأقل 50 ثم نشطب باقي خانات الصف أو العمود صاحب هذه القيمة.

- ننتقل للخانة التالية قبل الأخيرة وهي الخلية A_3B_3 ونقارن بين قيمة الصف 300 وقيمة العمود 140 ونضع القيمة الأقل 140 ثم نشطب باقي خانات الصف أو العمود صاحب هذه القيمة.

- ننتقل للخانة الأخيرة وهي الخلية A_3B_4 ويتم ملؤها بالمتبقي من قيم صفها وعمودها وهي الكمية 160.

لحساب تكلفة النقل = (٨٠×٧ + ٢٠×٣ + ١٥٠×٦ + ٥٠× ١١+ ١٤٠×٧ + ١٦٠×٦) = ٤٠١٠ جنيه.

ولبيان مسار النقل فأنها تبدأ بالخلية A_1B_1 ثم A_1B_2 ثم A_2B_2 ثم A_2B_3 ثم A_3B_3 وأخيراً الخلية A_3B_4 .

الحل بطريقة أقل تكلفة

شرح جدول الحل المبدئي

١- يتم البدء بملأ الخانة التي لها أقل تكلفة في الجدول كله (الخلية A_1B_4 وتكلفتها = 2)، حيث نقارن بين قيمة الصف 100 وقيمة العمود 160، ونضع القيمة الأقل 100 ثم نشطب باقي خانات الصف صاحب هذه القيمة.

٢- ننتقل للخلية صاحبة أقل تكلفة تالية وهي الخلية A_3B_2 وتكلفتهما = 4 حيث يتم مقارنة قيمة الصف 300 والعمود170 لهذه الخانة ونضع الأقل 170وهكذا.

٣- ننتقل إلي الخانة التي لها أقل تكلفة في الخانات الباقية (الخلية A_2B_1 وتكلفتهما = 5) حيث يتم مقارنة قيمة الصف 200 والعمود 80 لهذه الخانة ونضع الأقل 80.

٤- ننتقل إلي الخانة التي لها أقل تكلفة في الخانات الباقية (الخلية A_3B_4 وتكلفتهما = 6) حيث يتم مقارنة قيمة الصف 130 والعمود 60 لهذه الخانة ونضع الأقل 60.

٥- ننتقل للخلية قبل الأخيرة صاحبة أقل تكلفة وهي الخلية A_3B_3 وتكلفتهما = 7 حيث يتم مقارنة قيمة الصف 70 والعمود 190 لهذه الخانة ونضع الأقل 70، ثم ننتقل للخلية الأخيرة صاحبة أقل تكلفة وهي الخلية A_2B_3 وتكلفتهما = 11 حيث يتم ملؤها بالقيمة المتبقية في الصف والعمود وقيمتها = 120.

جدول الحل المبدئي بطريقة أقل تكلفة

	B_1	B_2	B_3	B_4	العرض
A_1	7	3	8	2 100	100
A_2	5 80	6	11 120	12	200
A_3	10	4 170	7 70	6 60	300
الطلب	80	170	190	160	600

لحساب تكلفة النقل = (١٠٠×٢ + ٨٠×٥ + ١٢٠×١١ +
١٧٠×٤ + ٧٠×٧ + ٦٠×٦) = ٣٤٥٠ جنيه.

ولبيان مسار النقل فأنها تبدأ بالخلية A_1B_4 ثم A_3B_2 ثم A_2B_1 ثم A_3B_4 ثم A_3B_3 وأخيراً الخلية A_2B_3 .

الحل بطريقة فوجل

	B_1	B_2	B_3	B_4	العرض	الوفر
A_1	7	3	8	2 100	100	3-2=1
A_2	5	6	11	12	200	6-5=1
A_3	10	4	7	6	300	6-4=2
الطلب	80	170	190	160	600	
الوفر	7-5=2	4-3=1	8-7=1	6-2=4 اكبر وفر		

- يتم إيجاد الوفر بالنسبة للصفوف عن طريق اختيار أقل تكلفتين بين كل صف ثم نقوم بطرحهما لإيجاد الوفر للصف، يتم إيجاد الوفر بالنسبة للأعمدة عن طريق اختيار أقل تكلفتين بين كل عمود ثم نقوم بطرحهما لإيجاد الوفر للعمود، ثم نختار أكبر وفر (٤) ونختار أقل تكلفة في العمود صاحب أكبر وفر وهنا عند الخلية A_1B_4 وتكلفتها =٢ لنبدأ بها الحل، حيث يتم مقارنة مجموع الصف 100 مع مجموع العمود 160 لهذه الخانة ونضع بها القيمة الأقل 100 ثم نشطب باقي خانات الصف صاحب هذه القيمة.

وبشطب الصف A_1 وبتكرار حساب الوفورات فنحصل علي مايلي

	B_1	B_2	B_3	B_4	العرض	الوفر
A_1	7	3	8	2 100	100	أغلقت
A_2	5	6	11	12	200	6-5=1
A_3	10	4	7	6 60	300	6-4=2
الطلب	80	170	190	160	600	
الوفر	10-5=5	6-4=2	11-7=4	12-6=6 أكبر وفر		

ثم نختار أكبر وفر (٦) ونختار أقل تكلفة في العمود صاحب أكبر وفر وهنا عند الخلية A_3B_4 وتكلفتها =6 لنبدأ بها الحل، حيث يتم مقارنة مجموع الصف 300 مع مجموع العمود 60

لهذه الخانة ونضع بها القيمة الأقل 60 ثم نشطب باقي خانات العمود صاحب هذه القيمة وهو العمود B_4.

وبشطب العمود B_4 وبتكرار حساب الوفورات فنحصل علي

	B_1	B_2	B_3	B_4	العرض	الوفر
A_1	7	3	8	2	100	أغلقت
				100		
A_2	5	6	11	12	200	6-5=1
	80					
A_3	10	4	7	6	300	7-4=3
				60		
الطلب	80	170	190	160	600	
الوفر	10-5=5 اكبر وفر	6-4=2	11-7=4	أغلقت		

ثم نختار أكبر وفر (٥) ونختار أقل تكلفة في العمود صاحب أكبر وفر وهنا عند الخلية A_2B_1 وتكلفتها =5 ، حيث يتم مقارنة مجموع الصف 200 مع مجموع العمود 80 لهذه الخانة ونضع بها القيمة الأقل 80 ثم نشطب باقي خانات العمود صاحب هذه القيمة وهو العمود B_1 فنحصل علي مايلي

	B_2	B_3	العرض	الوفر
A_2	6	11	200	5
	120			الأكبر
A_3	4	7	300	3
الطلب	170	190	600	
الوفر	2	4		

وبحساب الوفورات نجد أن أكبر وفر هو ٥ عند العمود A_2 وبه أقل تكلفة متبقية ٦ وبمقارنة المتبقي من العمود١٢٠ مع الصف ١٧٠ يتم ملؤها بالأقل ١٢٠ ثم نشطب الصف A_2.

ويتبقي خليتين فقط عن الصف A_3 ذات تكلفة ٤ ، ٧ فنختار أقلهما وهو ٤ عند الخلية A_3B_2

	B_2	B_3	العرض	الوفر
A_2	6	11	200	5
	120			الأكبر
A_3	4	7	300	3
	50			
الطلب	170	190	600	
الوفر	2	4		

ونقارن بين قيم الصف ٢٤٠ والعمود ٥٠ فنملؤها بالأقل وهو ٥٠

وفي النهاية ستتبقي خلية واحدة وهي A_3B_3 ذات تكلفة = ٧ وبكمية متساوية متبقية للصف والعمود = ١٩٠

		B_2	B_3	العرض
A_2		6	11	200
		120		
A_3		4	7	300
		50	190	
الطلب		170	190	600

فيكون الشكل النهائي لجدول الحل المبدئي هو

	B_1	B_2	B_3	B_4	العرض	الوفر
A_1	7	3	8	2	100	أغلقت
				100		
A_2	5	6	11	12	200	اغلقت
	80	120				
A_3	10	4	7	6	300	اغلقت
		50	190	60		
الطلب	80	170	190	160	600	
الوفر	اغلقت	اغلقت		أغلقت		

لحساب تكلفة النقل = (١٠٠×٢ + ٨٠×٥ + ١٢٠×٦ + ٥٠×٤ + ١٩٠×٧ + ٦٠×٦) = ٣٢١٠ جنيه.

ولبيان مسار النقل فأنها تبدأ بالخلية A_1B_4 ثم A_3B_4 ثم A_2B_1 ثم A_2B_2 ثم A_3B_2 وأخيراً الخلية A_3B_3 .

الحل بطريقة روسيل

	B_1	B_2	B_3	B_4	الأكبر
A_1	7	3	8	2	8
A_2	5	6	11	12	12
A_3	10	4	7	6	10
الأكبر	10	6	11	12	

المصفوفة الجديدة تتكون بالمعادلة

قيمة الخلية الجديدة = قيمتها القديمة – أكبر قيمة لصفها – أكبر قيمة لعمودها

	B_1	B_2	B_3	B_4
A_1	7-8-10= -11	3-8-6= -11	8-8-11= -11	2-8-12= -18
A_2	5-12-10=-17	6-12-6=-12	11-12-11=-12	12-12-12=-12
A_3	10-10-10= -10	4-10-6= -12	7-10-11= -14	6-10-12= -16

وبأختيار أكبر خلية سالبة وهي الخلية التي نبدأ بها الحل وهي الخلية A_1B_4 وبمقارنة قيم صفها ١٠٠وعمودها ١٦٠ فنملؤها بالأقل ١٠٠ ونشطب الصف A_1 ككل

	B_1	B_2	B_3	B_4	العرض
A_1	7	3	8	2 (100)	100
A_2	5	6	11	12	200
A_3	10	4	7	6	300
الطلب	80	170	190	160	600

ونعيد تكوين مصفوفة جديدة كما سبق وبينا بعد شطب الصف كمايلي

	B_1	B_2	B_3	B_4	الأكبر
A_2	5	6	11	12	12
A_3	10	4	7	6	10
الأكبر	10	6	11	12	

المصفوفة الجديدة تتكون بالمعادلة

قيمة الخلية الجديدة = قيمتها القديمة – أكبر قيمة لصفها – أكبر قيمة لعمودها

	B_1	B_2	B_3	B_4
A_2	5-12-10=-17	6-12-6=-12	11-12-11=-12	12-12-12=-12
A_3	10-10-10= -10	4-10-6= -12	7-10-11= -14	6-10-12= -16

وبأختيار أكبر خلية سالبة وهي الخلية التي نبدأ بها الحل وهي الخلية A_2B_1 وبمقارنة قيم صفها ٢٠٠وعمودها ٨٠ فنملؤها بالأقل ٨٠ ونشطب العمود B_1

	B_1	B_2	B_3	B_4	العرض
A_1	7	3	8	2 100	100
A_2	5 80	6	11	12	200
A_3	10	4	7	6	300
الطلب	80	170	190	160	600

ونعيد تكوين مصفوفة جديدة كما سبق وبينا بعد شطب الصف كمايلي

	B_2	B_3	B_4	الأكبر
A_2	6	11	12	12
A_3	4	7	6	7
الأكبر	6	11	12	

المصفوفة الجديدة تتكون بالمعادلة

قيمة الخلية الجديدة = قيمتها القديمة – أكبر قيمة لصفها – أكبر قيمة لعمودها

	B_2	B_3	B_4
A_2	6-12-6=-12	11-12-11=-12	12-12-12=-12
A_3	4-7-6= -9	7-7-11= -11	6-7-12= -13

وبأختيار أكبر خلية سالبة وهي الخلية التي نبدأ بها الحل وهي الخلية A_3B_4 وبمقارنة قيم صفها ٣٠٠وعمودها ٦٠ فنملؤها بالأقل ٦٠ ونشطب العمود B_4

	B_1	B_2	B_3	B_4	العرض
A_1	7	3	8	2 100	100
A_2	5 80	6	11	12	200
A_3	10	4	7	6 60	300
الطلب	80	170	190	160	600

ونعيد تكوين مصفوفة جديدة كما سبق وبينا بعد شطب الصف كمايلي

	B_2	B_3	الأكبر
A_2	6	11	11
A_3	4	7	7
الأكبر	6	11	

المصفوفة الجديدة تتكون بالمعادلة

قيمة الخلية الجديدة = قيمتها القديمة – أكبر قيمة لصفها – أكبر قيمة لعمودها

	B_2	B_3
A_2	6-11-6=-11	11-11-11=-11
A_3	4-7-6= -9	7-7-11= -11

نلاحظ وجود أكثر من خلية لها نفس قيمة الفرق – ١١ فنختار الخلية صاحبة أقل تكلفة وهي الخلية A_2B_2 ونقارن صفها 120 بعمودها 170

ونختار الأقل 120 ثم نشطب الصف A_2 ونكرر ذلك مع الخلية A_3B_2 لتملأ بـ ٥٠ ثم ننتهي بالخلية A_3B_3 وتملأ بـ ١٩٠.

فنصل للشكل النهائي التالي

	B_1	B_2	B_3	B_4	العرض
A_1	7	3	8	2 100	100
A_2	5 80	6 120	11	12	200
A_3	10	4 50	7 190	6 60	300
الطلب	80	170	190	160	600

لحساب تكلفة النقل = (١٠٠×٢ +٨٠×٥ + ١٢٠×٦ + ٥٠ ×٤ +

١٩٠×٧ + ٦٠×٦) = ٣٢١٠ جنيه.

ولبيان مسار النقل فأنها تبدأ بالخلية A_1B_4 ثم A_2B_1 ثم A_3B_4 ثم A_2B_2 ثم A_3B_2 وأخيراً الخلية A_3B_3 .

مقارنة النتائج

الطريقة	التكلفة
الركن الشمالي الغربي	٤٠١٠
أقل تكلفة	٣٤٥٠
فوجل	٣٢١٠
روسيل	٣٢١٠

تمارين متنوعة

أولاً : وضح الصواب والخطأ مع التعليل لكل عبارة من العبارات التالية:

١. نموذج النقل هو أحد الأساليب التي تستخدم لتحديد الكميات المثلي الواجب نقلها من أماكن الإنتاج إلي أماكن التوزيع.
٢. تعطي طريقة الركن الشمالي الغربي تكلفة تقل عن نظيرتها في طريقة فوجل.
٣. تعطي طريقة الركن الشمالي الغربي تكلفة تقل عن نظيرتها في طريقة روسيل.
٤. في طريقة فوجيل يتم حساب الوفر بالنسبة للصفوف عن طريق حساب الفرق بين أكبر تكلفتين في الصف.
٥. تفضل طريقة روسيل عن طريقة الركن الشمالي الغربي في نماذج النقل.
٦. يمكن اختبار أمثلية الحل في نماذج النقل بطريقة حجر الوطء فقط.
٧. يمكن اختبار أمثلية الحل في نماذج النقل بطريقة حجر الوطء ، طريقة التوزيع المعتدل.
٨. تختلف النتائج المستخرجة من تقييم أمثلية الحل باختلاف الطريقة المتبعة في تقييم الأمثلية.

٩. تعني طريقة المسار المتعرج بما هو سيحدث إذا تم إشغال خلية من الخلايا الفارغة بوحدة واحدة وتأثير ذلك علي تكلفة النقل الإجمالية.

١٠. المسار المغلق هو المسار الذي يبدأ عند الخلية الفارغة وذلك مع السماح بالسير في أي اتجاه.

ثانياً : أسئلة المقال

١١- عرف نماذج النقل مع شرح العناصر الأساسية لأي نموذج من نماذج النقل؟

١٢- تكلم عن الانواع المختلفة لمشاكل نموذج النقل؟

١٣- اشرح بشئ من التفاصيل المناسب الاختلافات الجوهرية بين طريقة الركن الشمالي الغربي وطريقة أقل تكلفة؟

١٤- هل يوجد فرق بين طريقتي فوجيل وروسيل لنماذج النقل؟

١٥- لماذا تسمي طريقة فوجيل بالطريقة التقريبية؟

١٦- لماذا تسمي طريقة روسيل بالطريقة الأقرب للمثالية؟

١٧- تكلم عن طريقة المسار المتعرج كإحدي طرق تقييم أمثلية الحل بنماذج النقل؟

١٨ – وضح الفرق بين طريقتي حجر الوطء والتوزيع المعتدل لتقييم أمثلية الحل بنماذج النقل؟

ثالثاً : تمارين رقمية

١٩- تمتلك إحدي الشركات ٤ مصانع هي A_1, A_2, A_3, A_4 ولديها ٥ مخازن هي B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 وكانت طاقة المصانع الإنتاجية هي ٤٠ ، ٧٠ ، ٦٠ ، ٣٠ وحدة علي الترتيب بينما الطاقة الاستيعابية للمخازن هي ٣٠ ، ٦٠ ، ٥٠ ، ٤٠ ، ٢٠ وحدة علي الترتيب وكانت مصفوفة تكلفة تنقل الوحدة من كل مصنع إلي كل مخزن موضحة بالجدول التالي

	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	عرض
A_1	6	2	8	7	5	40
A_2	4	3	7	5	9	70
A_3	2	1	3	6	4	60
A_4	1	6	4	8	3	30
طلب	30	60	50	40	20	200

حل مشكلة النقل السابقة بطريقة الركن الشمالي الغربي.

٢٠- تمتلك إحدي الشركات ٤ مصانع هي A_1, A_2, A_3, A_4 ولديها ٥ مخازن هي B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 وكانت طاقة المصانع الإنتاجية هي ٥٥٠ ، ٤٥٠ ، ٣٠٠ ، ٥٠٠ وحدة علي الترتيب بينما الطاقة الاستيعابية للمخازن هي ٤٠٠ ، ٢٠٠ ، ٥٠٠ ، ٣٠٠ ، ٤٠٠ وحدة علي الترتيب وكانت مصفوفة تكلفة تنقل الوحدة من كل مصنع إلي كل مخزن موضحة بالجدول التالي

	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	عرض
A_1	12	4	9	5	9	550
A_2	8	1	6	6	7	450
A_3	1	12	4	7	7	300
A_4	10	15	6	9	1	500
طلب	400	200	500	300	400	1800

حل مشكلة النقل السابقة بطريقة أقل تكلفة.

٢١- لديك جدول يوضح مشكلة النقل التالية

	B_1	B_2	B_3	B_4	عرض
A_1	8	6	10	9	350
A_2	9	12	13	7	500
A_3	14	9	16	5	400
طلب	450	200	300	300	1250

حل مشكلة النقل السابقة - بطريقة فوجيل التقريبية.

- بطريقة روسيل المثلي.

٢٢- لديك جدول يوضح تكاليف النقل من المصانع للمخازن

	B_1	B_2	B_3	
A_1	8	2	5	800
A_2	6	4	3	600
A_3	2	3	1	1000
	1200	500	700	2400

أوجد تكلفة النقل بأربعة طرق مختلفة؟

الفصل السادس

نماذج
صفوف الانتظار

أهداف هذا الفصل

عند الانتهاء من هذا الفصل سوف يكون القارئ قادراً علي

١- نشأة صفوف الانتظار .

٢- وضع تعريف واضح لصفوف الانتظار ومعرفة أهميتها.

٣- التعرف علي عناصر نظرية صفوف الانتظار.

٤- التفرقة بين نماذج طوابير الانتظار.

٥- معرفة التوزيعات المستخدمة في نظرية صفوف الانتظار.

٦- القدرة علي حل مشاكل صفوف الانتظار وقياس كفاءة أداء مراكز الخدمة بواسطة المقاييس المختلفة.

مقدمة:

تستخدم نماذج الصفوف في دراسة المواقف التي تتسم بنقاط الاختناق وطوابير الانتظار، ويتكون طابور الانتظار عندما يطلب العملاء الخدمة ولا يحصلون عليها في الحال وذلك بسبب عدم توازن الطلب على الخدمة وطاقة مركز الخدمة ومن الأمثلة على المشكلات التي يحتاج فيها متخذ القرار إلى الاستعانة بنظرية الصفوف : مشكلة انتظار السيارات للإصلاح والصيانة في محطة خدمة ما، مشكلة الكتب التي تنتظر دورها في الطباعة في المطبعة ،مشكلة الآلات التي تنتظر دورها في الصيانة الوقائية أو الإجرائية في مصنع ما .

نشأة صفوف الانتظار

يرجع الفضل في معرفة نظرية صفوف الانتظار إلى المهندس الدانمركي إيرلنج وذلك عام ١٩٠٩م حين أجرى تجاربه على مشكلة كثرة المكالمات التليفونية وتعرض طالبو هذه المكالمات إلى التأخير لعدم قدرة عاملات التليفون على تنفيذ الطلبات الواردة بنفس السرعة التي تصل بها، وقد عالج إيرلنج المشكلة بحساب التأخير بالنسبة لعاملة واحدة في ذلك الحين. وفي عام ١٩١٧م تكرر البحث في تلك المشكلة ولكن بالنسبة لأكثر من عاملة واحدة، ونشأت بذلك نظرية صفوف الانتظار وامتد استخدامها لحل العديد من المشكلات الإدارية المشابهة. وتستخدم الآن هذه النظرية على نطاق واسع في

جميع المنشآت الإنتاجية والخدمية كوسيلة رياضية لخدمة الادارة في اتخاذ أنسب القرارات حول هذه النوعية من المشكلات.

تعريف صفوف الانتظار

يمكن تعريف صفوف الانتظار بأنها "هي المعادلات والعلاقات الرياضية التي يمكن توظيفها من أجل تحديد خصائص تشغيل (أو مقاييس أداء) لخط انتظار معين".

ويمكن تعريفها أيضاً " بأنها النظرية التي تهتم بوضع الأساليب الرياضية اللازمة لحل المشاكل المتعلقة بالمواقف التي تتسم بنقاط الاختناق، أو تشكل صفوف انتظار نتيجة لوصول الوحدات الطالبة للخدمة وانتظار دورها لتلقيها. على أن يكون الوصول الى مكان أداء الخدمة عشوائيا يتبع توزيعاً معيناً، كما أن زمن أداء الخدمة لكل وحدة يمكن أن يأخد صيغة عشوائية. كما تقدم قياساً لقدرة مركز الخدمة على تحقيق الغرض الذي أنشئ من أجله، ويكون ذلك عن طريق قياس رياضي دقيق لمتوسط وقت الانتظار للحصول على الخدمة.

بوجه عام تنشأ مشكلات صفوف الانتظار عند تحقق إحدي حالتين

الحالة الأولي : إذا كان معدل وصول العملاء طالبي الخدمة سريعاً بدرجة تفوق معدل أداء الخدمة من جانب من يعمل بوحدة تأدية الخدمة وهذا يعني وجود انتظار من جانب العميل وما يترتب عليه من مخاطر.

الحالة الثانية : إذا كان معدل أداء الخدمة أسرع من معدل وصول العملاء، بمعنى وجود وحدات لتأدية الخدمة عاطلة بدون عمل وما يترتب عليه من تكاليف وأجور .

تقوم صفوف الانتظار علي علاج المشكلة في الحالتين للوصول إلى الموقف الأمثل الذي يحقق خفضاً في وقت الانتظار لكل من العملاء ووحدات تأدية الخدمة بحيث تصبح مدة الانتظار لكلاهما معاً أقل ما يمكن.

أهمية صفوف الانتظار :

يوجد العديد من الأسباب التي تبرز أهمية صفوف الانتظار وهي :

١. ارتباط صفوف الانتظار بتكلفة تهيئة مكان الانتظار .
٢. ارتباط صفوف الانتظار باحتمال فقدان مجال النشاط نظراً لمغادرة العملاء لخط الخدمة قبل حصولهم على الخدمة أو رفض الانتظار من أساسه .

٣. ارتباط صفوف الانتظار باحتمال سوء سمعة المنشأة نتيجة بطء تقديم الخدمة.

٤. ارتباط صفوف الانتظار باحتمال انخفاض رضا العميل.

٥. ارتباط صفوف الانتظار باحتمال حدوث ارتباك في بقية أعمال المنشأة .

٦. يمكن الاستفادة من نظرية صفوف الانتظار في كل من التصنيع وتقديم الخدمات.

٧. يساعد تحليل خطوط الانتظار من خلال تحليل طول خط الانتظار في حساب متوسط وقت الانتظار الذي يؤدي إلى تحسين الأداء والخدمات المقدمة وتدنية التكاليف أيضاً .

٨. معرفة مدي الجدوي من إنشاء مراكز خدمة جديدة أو توسيع مدرج أو فتح منافذ جديدة وغيرها من الحلول اللازمة لتفادي مشكلة الطوابير.

٩. يستخدم بشكل كبير في مجالات متعددة منها : تحديد عدد العاملين المناسبين في نوافذ الخدمة في مكاتب البريد أو في المصارف أو في نوافذ دفع حسابات الزبائن في المحلات التجارية الكبرى والمؤسسات وذلك لضمان التشغيل الاقتصادي لهذه المحلات وتقديم الخدمة المناسبة للزبائن ، كما يطبق هذا الأسلوب في محطات الوقود وخدمة السيارات وفي المطاعم والكافيتريات ومراكز إطفاء الحريق حيث يراعى تأمين مستوى مناسب من الخدمة لأفراد المجتمع مع تحمل أقل النفقات الممكنة في هذه المنظمات .

عناصر نظرية صفوف الانتظار

توجد أربعة عناصر رئيسية لمشكلة صفوف الانتظار وهم

١. طالب الخدمة(العميل).
٢. خط الانتظار (الطابور).
٣. مقدم الخدمة.
٤. نظام الخدمة.

وسوف يتم شرح كل عنصر بشئ من التفصيل المناسب لتمكننا لاحقاً من فهم بعض المصطلحات التي قد يشوبها الغموض.

أولاً : طالب الخدمة (العميل)

يقصد بطالب الخدمة بأنه العنصر أو العميل سواء كان بشرياً أو مادياً ، ويجب الأخذ في الاعتبار لثلاثة خصائص لعملية وصول العملاء وهم : حجم المجتمع الذي يطلب الخدمة ، شكل أو نمط وصول العملاء (طالبي الخدمة) وأخيراً سلوك طالبي الخدمة للحصول على الخدمة أو الخدمات . فالمجتمع الذي يطلب الخدمة من الممكن ان يكون مجتمع غير محدود (لا نهائي) أو محدود (نهائي) ، عندما يكون عدد العملاء (طالبي الخدمة) في لحظة معينة يمثل جزء صغير من طالبي الخدمة فإنه يطلق على حجم المجتمع في هذه الحالة بأنه مجتمع غير محدود مثال ذلك عدد السيارات في لحظة معينة والتي تطلب التزود بالبنزين في محطة على الطريق السريع يمثل جزءاً من مجتمع غير محدود . وتبنى معظم نماذج الصفوف

على هذه الخاصية (خاصية المجتمع غير المحدود) ومن الأمثلة على المجتمع المحدود مكتب لكتابة الرسائل العملية به ثلاثة أجهزة كمبيوتر ، فعندما تحدث بعض الأعطال لجهاز من هذه الأجهزة ، فإن رجل الصيانة (مقدم الخدمة) أو مندوب الصيانة ينظر إلى المكتب على أنه مجتمع محدود.

أيضاً يجب ملاحظة نمط وصول العملاء فقد يكون وصول العملاء (طالبي الخدمة) إلى محطة الخدمة يأتي وفقاً لجدول زمني معروف ومحدد أو أن يتم وصول العملاء عشوائياً ، فوصول العملاء (متلقي الخدمة) عشوائياً عندما يكون كل عميل مستقل عن العملاء الآخرين ، كما لا يمكن التنبؤ بحدوث عملية الوصول لمتلقي الخدمة ، ويترتب على ذلك فإن عدد العملاء (متلقي الخدمة) لكل وحدة من الزمن يمكن تقديرها باستخدام " توزيع بواسون "

أيضاً يجب ملاحظة سلوك طالبي الخدمة فيفترض في معظم نماذج الصفوف أن متلقي (طالب) الخدمة عندما يصل سوف ينتظر حتى يتلقى الخدمة ولن يقوم بتغيير محطة الخدمة أو الصف الذي وصل إليه، ولكن عملياً نجد في كثير من الحالات التي يرفض فيها العميل (متلقي) الخدمة الانضمام لصف الانتظار ، ذلك لأن طول الصف لن يحقق له احتياجاته ورغباته من تلقي الخدمة بشكل أو آخر في وقت معين ويطلق على العميل في هذه الحالة " العميل الذي يتوقف فجأة عن إتمام

تلقى الخدمة وفي بعض الحالات الأخرى قد يرتد العميل ويغادر الصف قبل تلقي الخدمة .

ثانياً : خط الانتظار (الطابور)

بعد وصول طالبي الخدمة فإنهم سيتحولون إلي طوابير ، هذه الطوابير لها خصائص مختلفة حسب طولها وحسب طريقة تنظيمها وحسب القاعدة التي يتمخدمة العميل علي أساسها.

فطول خط الطابور قد يكون محدود أو غير محدود بمعني أنه إذا كانت هناك قيود تعوق جعل الطابور غير محدود فإنه من المنطقي جعل الطابور محدود فمثلاً إذا وجد في محل كوافير ٥ مقاعد فهذا يعني أن الطابور لابد أن يكون محدود ولا يزيد عن ٥ أشخاص فقط لأنه إذا وصل عدد من طالبي الخدمة أكثر من ٥ أشخاص فإنهم لن يجدوا مكاناً للانتظار.

يختلف أيضاً طول الطابور حسب الأسلوب أو مجموعة العناصر التي تتبع في خدمة العملاء ويوجد عدة أساليب من ضمنها:

- قاعدة الواصل أولاً يخدم أولاً **FIFO** وهذا المبدأ هو السائد في معظم أنظمة الصفوف، كما في خدمة العملاء حين شراء التذاكر للمباريات أو دفع قيمة المشتريات في إحدى المؤسسات أو محطات الوقود وغيرها.
- قاعدة الواصل أولاً يخدم أخيراً **LIFO** وهذا يعني أن العميل الذي يأتي أخيراً يُخدم أولاً حسب عكس ترتيب

الوصول، ويستخدم هذا المبدأ في معظم أنظمة التخزين حيث يتم استهلاك البضاعة التي خزنت أخيراً لأنها تكون في متناول اليد.

- قاعدة الخدمة العشوائية **SIRO** حيث لا يتبع نظام محدد في خدمة الزبائن فمن يطلب الخدمة يحصل عليها ، ويتم اختيار العناصر بشكل عشوائي لخدمتها بغض النظر عن وقت وصولها كما هي الحال في بعض عمليات إدخال البيانات.

- قاعدة الخدمة للأفضلية **PRI** فتعطى الأولوية في تقديم الخدمة مثلاً للعميل الذي قام بحجز مسبق، أو لعلاج المرضى في المستشفيات في حالات الإسعاف أو للعملاء الذين يرتدون اللباس العسكري الرسمي لأنهم على رأس عملهم وللوقت أهمية لديهم، أو قد تكون الأفضلية حسب ترتيب أو مقياس معين.

ثالثاً : مقدم الخدمة

هي الجهة (الأفراد أو الوسائل) التي تقدم الخدمة مباشرة لطالبي الخدمة ويختلف مقدمي الخدمة حسب عدد منافذ تقديم الخدمة ، حسب تسلسل تقديم الخدمة ، حسب سرعة أداء تنفيذ الخدمة.

رابعاً : نظام الخدمة

يمكن تقسيم أنظمة الخدمة إلي عدة أقسام حسب الهدف من التقسيم، فيمكن تقسيمها إلي أنظمة خدمة بدون صف انتظار ، أنظمة خدمة مع وجود صف انتظار

أنظمة خدمة دون صف انتظار يحدث ذلك عندما يصل طالب الخدمة إلى النظام في لحظة تكون فيها جميع مقدمي الخدمة مشغولين فيغادر النظام دون تلقي للخدمة ولا تُقدم له الخدمة لاحقاً مثل طلب رقم هاتف ما إذا كان الرقم مشغولاً فإن الطلب يلقى الرفض ويغادر دون تلقي الخدمة.

أنظمة خدمة مع صف انتظار يحدث ذلك عندما يصل طالب الخدمة إلى النظام في لحظة تكون فيها جميع مقدمي الخدمة مشغولين ولا يغادر النظام بل يقف في صف الانتظار على أمل الحصول على الخدمة لاحقاً، وتصنف أنظمة الخدمة مع صف انتظار إلى عدة أنواع صفوف الانتظار المحدودة وصفوف الانتظار غير المحدودة .

كما يمكن تقسيم أنظمة الخدمة إلي

أنظمة الخدمة المفتوحة يعني ذلك أن كثافة تدفق طلبات الخدمة على النظام لا ترتبط بحالة نظام الخدمة أي لا تتأثر بعدد مقدمي الخدمة المشغولين في النظام (عدد الطلبات في النظام).

أنظمة الخدمة المغلقة يعني ذلك أن كثافة تدفق طلبات الخدمة على النظام ترتبط بحالة النظام فمثلاً إذا كان عامل الصيانة يخدم عدداً محدّداً من الآلات التي تحتاج لصيانة من وقت لآخر فإن كثافة الطلب من جهة الآلات يتوقف على عدد المعطل منها والذي يحتاج للحصول على الخدمة .

نماذج طوابير الانتظار

قدم Elwood Buff عام ١٩٧٢ م أربع نماذج لصفوف الانتظار تمثل في حد ذاتها الإطار العام للحالات التي تظهر فيها صفوف الانتظار وهي:

١- مركز خدمة واحد مع إتمام الخدمة في مرحلة واحدة

تكون وحدات طلب الخدمة في هذه الحالة صفاً واحداً أمام مركز خدمة واحد

٢- عدد من مراكز الخدمة مع إتمام الخدمة في مرحلة واحدة

في هذه الحالة تتعدد مراكز الخدمة مع وجود صف انتظار واحد فقط على أن تقدم الخدمة للعملاء من أي مراكز للخدمة

٣- مركز خدمة واحد مع تعدد المراحل

هذه الحالة تتعدد فيها مراكز الخدمة مع وجود صف انتظار واحد فقط على أن تقدم الخدمة للعملاء في تسلسل بمعني أنه يجب علي العميل أن يمر علي مركز الخدمة الثاني ولكن بشرط أن يكون قد مر علي مركز الخدمة الأول وتلقي منه الخدمة الواجبة

٤ـ عدد من مراكز الخدمة مع تعدد المراحل

هذه الحالة تتعدد فيها مراكز الخدمة مع وجود صف انتظار واحد فقط على أن تقدم الخدمة للعملاء في تسلسل بمعني أنه يجب علي العميل أن يمر علي مركز الخدمة الأول وتلقي منه بشرط أن يكون قد مر علي مركز الخدمة المسلسلة . الخدمة الواجبة ولكن تتعدد مراكز الخدمة

التوزيعات المستخدمة في نماذج صفوف الانتظار

يعتبر كلا من توزيع بواسون والتوزيع الاسي من أهم التوزيعات الاحتمالية المستخدمة لقياس كفاءة محطة الخدمة وقبل شرح هذه التوزيعات سوف يتم تعريف زمن الوصول وزمن الخدمة حيث سيتم استخدام تلك التعريفات كثيراً أثناء حل مشاكل صفوف الانتظار.

زمن الوصول

يصنف هذا النوع من الصفوف على حسب أزمنة وصول الزبائن حيث أن هذه الأزمنة تعتبر عمليات عشوائية تتبع توزيع بواسون بمعدل λ حيث وصول الزبون الأول مستقل عن وصول الزبون الثاني ويمكننا أن نستخدم التوزيع الأسى في معرفه عدد الزبائن وذلك بمعرفة الزمن الفاصل بين دخول كل زبون و الزبون الذي يليه .

زمن الخدمة

عند التحدث عن الزمن فإننا ضمنياً نتحدث عن فترة متصلة وبما أن هناك حوادث تحدث خلال هذا الزمن فإننا نلجأ

إلي التوزيع الآسي حيث أن المعلمة لأزمنة الخدمة هي م ونلاحظ أن زمن الخدمة للزبون الأول مستقل تماما عن زمن وصوله للنظام.

حيث أن تدفق الزبائن يتم وفق عملية عشوائية حيث أن الزبائن الذين يصلون النظام يمثلون متغير عشوائي ويتم خدمتهم خلال الفترة [صفر ، س] وهذا يقودنا إلي معرفة التوزيع الذي يتبعه تدفق الزبائن وهو أحد توزيعين

١. توزيع بواسون وذلك لمعرفة عدد الزبائن خلال فترة .
٢. التوزيع الأسى وذلك لمعرفة فرق الزمن بين وصول الزبائن.

أولاً : توزيع بواسون

يدرس توزيع بواسون احتمالات الحوادث التي تقع خلال فترة زمنيه معينه أو بمعني اخر يمكن القول أن توزيع بواسون عبارة عن عمليه احصائيه لعدد الحوادث خلال فترة زمنيه بمعلمة م حيث :-

$$ح(س) = \frac{هـ^{-م} \times م^{س}}{س!}$$

حيث س = ٠ ، ١ ، ٢،.... ∞

ملاحظات

- أي عمليه تتبع توزيع بواسون تعتبر عملية مستقلة إحصائياً .
- أي عمليه تتبع توزيع بواسون تكون لها تكرارات مستقرة بمعني أن توزيع الأحداث يعتمد علي طول الفترة الزمنية وليس علي موقع الفترة .

ثانياً : التوزيع الأسى

يهتم هذا التوزيع بمعرفة الزمن الفاصل بين كل حادثة وقعت حيث :-

$$ح(س) = ١ - هـ^{-م س} \quad \text{حيث س} \geq \text{صفر}$$

ومن أهم مميزات هذا التوزيع هي خاصية فقدان الذاكرة والتي نستفيد منها في كون زمن الانتظار حتى وقوع الحادثة س١ لا يعتمد علي الوقت المنقضي منذ انتهاء س. حسب خاصية فقدان الذاكرة ، يعتبر توزيع بواسون والتوزيع الاسي من التوزيعات الإحصائية المهمة في نظريه الصفوف والسبب في ذلك سهولة التعامل معهما والاستفادة من خواصهما.

تعتبر عملية اختيارتحديد المعالم المناسبة للتوزيع المستخدم من أهم المراحل في بناء النموذج المناسب للصفوف.

وذلك من خلال جمع البيانات اللازمة ومن ثم تحليلها ودراستها لتحديد التوزيع الإحصائي المناسب لها وتعيين قيم المعالم لهذا التوزيع. وللحصول على دقة أكبر في هذه العملية يلجأ في كثير من الأحيان إلي تحديد فترة زمنية خلال فترة العمل يجمع خلالها كل البيانات.

للتيسيير علي الدارسين سوف نحدد الاستخدام الأساسي لكل توزيع من التوزيعات المذكورة سابقاً

توزيع بواسون

يستخدم توزيع بواسون أساساً لحساب احتمال وصول عدد معين من العملاء لمركز الخدمة خلال فترة زمنية محددة مع توافر افتراض أساسي وهو أن متوسط معدل الوصول ومعدل الخدمة ثابتين ومستقرين.

$$ح(س) = \frac{هـ^{-م} \times م^{س}}{س!} \quad \text{حيث س} = ٠ ، ١ ، ٢ ، .... \infty$$

حيث

هـ رقم ثابت = ٢,٧١٨

م معدل الوصول في فترة زمنية محددة

س عدد مرات الوصول خلال فترة زمنية محددة

التوزيع الاسي

يستخدم التوزيع الاسي أساساً لحساب احتمال أداء الخدمة في زمن معين خلال فترة زمنية محددة مع توافر افتراض أساسي وهو أن متوسط معدل الوصول ومعدل الخدمة غير ثابتين وغير مستقرين.

$$ح(س) = ١ - هـ^{-م س}$$

حيث

هـ رقم ثابت = ٢,٧١٨

م معدل أداء الخدمة.

س فترة زمنية محددة .

كما تستخدم مقاييس أخري لحساب كفاءة الخدمة منها

- احتمال إنشغال مركز الخدمة $ق = \frac{ر}{م}$

حيث ر معدل الوصول في فترة زمنية محددة.

م معدل أداء الخدمة.

- احتمال أن مركز الخدمة ليس به عملاء $ك = ١ - ق$

- احتمال أن مركز الخدمة به عدد ن من العملاء

$$ق_ن = ك \frac{ر}{م} \quad \text{أو} \quad ق_ن = ك \times ق$$

- متوسط عدد العملاء في محطة الخدمة $ل = \frac{ر}{م - ر}$

- متوسط عدد العملاء المنتظرين $ل_ط = \frac{ر^2}{م(م - ر)}$

- متوسط الوقت الذي يقضيه العميل في مركز الخدمة

$$و = \frac{١}{م - ر}$$

- متوسط عدد العملاء الراغبين في الخدمة $ل = و \times ر$

تمرين

إذا كان معدل وصول المرضي لمستشفي معين يبلغ ٥ مرضي كل ساعة فأوجد الاحتمالات التالية

- احتمال وصول ٤ مرضي في الساعة؟
- احتمال وصول ٣ مرضي في الساعة؟
- احتمال عدم وصول أي مريض خلال ساعة؟
- احتمال وصول ٣ مرضي كل نصف ساعة؟

الحـــل

يتم استخدام توزيع بواسون لحساب الاحتمالات المطلوبة بالقانون

$$ح(س) = \frac{هـ^{-م} \times م^{س}}{س!}$$

حيث

هـ رقم ثابت = ٢,٧١٨

م معدل الوصول في فترة زمنية محددة = ٥

س عدد مرات الوصول خلال فترة زمنية محددة=

تختلف حسب المطلوب إيجاده في كل مطلوب

المطلوب الأول : احتمال وصول ٤ مرضى في الساعة

هذا يعني أن قيمة س = ٤

$$ح(س) = \frac{هـ^{-م} \times م^{س}}{س!} = \frac{(٢,٧١٨)^{-٥} \times (٥)^{٤}}{٤!} = ٠,١٧٥$$

المطلوب الثاني : احتمال وصول ٣ مرضى في الساعة (س = ٣)

$$ح(س) = \frac{هـ^{-م} \times م^{س}}{س!} = \frac{(٢,٧١٨)^{-٥} \times (٥)^{٣}}{٣!} = ٠,١٤٠٤$$

المطلوب الثالث : احتمال عدم وصول أي مريض في الساعة

هذا يعني أن قيمة س=صفر

$$ح(س) = \frac{هـ^{-م} \times م^{س}}{س!} = \frac{(٢,٧١٨)^{-٥} \times (٥)^{صفر}}{صفر!} = ٠,٠٠٦٧$$

المطلوب الرابع : احتمال وصول ٣ مرضي كل نصف ساعة

يجب قبل الحل مراعاة أن يكون معدل الوصول مناسباً للمطلوب فإذا كان معدل وصول المرضي م = ٥ مرضي كل ساعة فهذا يعني أن المعدل م = ٢,٥ مريض كل نصف ساعة.

$$ح(س) = \frac{هـ^{-م} \times م^{س}}{س!} = \frac{(٢,٧١٨)^{-٢,٥} \times (٢,٥)^{٣}}{٣!} = ٠,٢١٤$$

تمرين

يصل إلي أحد مطاعم الوجبات السريعة زبائن بمعدل ٢٠ زبون في الساعة الواحدة احسب الاحتمالات التالية

- احتمال وصول ٥ زبائن كل ساعة؟
- احتمال عدم وصول أي زبون خلال ساعة؟
- احتمال وصول زبون واحد خلال ساعة؟
- احتمال وصول زبون واحد علي الأكثر خلال ساعة؟
- احتمال وصول زبون واحد علي الأقل خلال ساعة؟

الحـــل

يتم استخدام توزيع بواسون لحساب الاحتمالات المطلوبة بالقانون

$$ح(س) = \frac{هـ^{-م} \times م^{س}}{س!} \quad \text{حيث}$$

هـ رقم ثابت = ٢,٧١٨

م معدل الوصول في فترة زمنية محددة = ٢٠

س عدد مرات الوصول خلال فترة زمنية محددة=

تختلف حسب المطلوب إيجاده في كل مطلوب

المطلوب الأول : احتمال وصول ٥ زبائن في الساعة

هذا يعني أن قيمة س=٥

$$ح(س) = \frac{هـ^{-م} \times م^{س}}{س!} = \frac{(٢,٧١٨)^{-٢٠} \times (٢٠)^{٥}}{٥!} = ٠,٠٠٠٠٥٥$$

المطلوب الثاني : احتمال عدم وصول أي زبون في الساعة

هذا يعني أن قيمة س=صفر

$$ح(س) = \frac{هـ^{-م} \times م^{س}}{س!} = \frac{(٢,٧١٨)^{-٢٠} \times (٢٠)^{صفر}}{صفر!} = ٠,٠٠٠٠٠٠٢$$

المطلوب الثالث: احتمال وصول زبون واحد في الساعة

هذا يعني أن قيمة س=١

$$ح(س) = \frac{هـ^{-م} \times م^{س}}{س!} = \frac{(٢,٧١٨)^{-٢٠} \times (٢٠)^{١}}{١!} = ٠,٠٠٠٠٠٠٠٤١$$

المطلوب الرابع: احتمال وصول زبون واحد علي الاكثر في الساعة هذا يعني أن قيمة س = صفر ، ١

عند س = صفر ح (صفر) = ٠,٠٠٠٠٠٠٠٠٢

عند س = ١ ح (١) = ٠,٠٠٠٠٠٠٠٤١

المطلوب هو احتمال وصول زبون واحد علي الأكثر يعني احتمال وصول زبون واحد أو عدم وصول أي زبائن

ح(صفر) + ح(١) = ٠,٠٠٠٠٠٠٠٠٢ + ٠,٠٠٠٠٠٠٠٤١ = ٠,٠٠٠٠٠٠٠٤٣

المطلوب الخامس: احتمال وصول زبون واحد علي الأقل في الساعة وهذا يعني أن قيمة س = ١ ، ٢ ، ٣ ، ٠٠٠٠٠، ٢٠

هذا يعني تطبيقنا لقانون توزيع بواسون ٢٠ مرة وهذا أمر غير عملي لذا يمكن إيجاد الحل عن طريق إيجاد الاحتمال المكمل للاحتمال المطلوب ثم طرحه من الواحد الصحيح اعتماداً علي القاعدة الخاصة بالاحتمالات وهي أن مجموع الاحتمالات لحدث معين = الواحد الصحيح ، فبالتالي فإن احتمال جزء من

حدث ما مطلوب = ١ – احتمال الجزء غير المطلوب للحدث نفسه، لذا يمكن إيجاد ح (صفر) = ٠,٠٠٠٠٠٠٠٠٢
وبإيجاد الاحتمال المكمل لها نصل إلي
المطلوب = ١ - ٠,٠٠٠٠٠٠٠٠٢ = ٠,٩٩٩٩٩٩٩٩٨

تمرين

تقوم مستشفي الهلال بعلاج ٤ مرضي كل ساعة فما هو احتمال أن الخدمة العلاجية سوف تستغرق ٢٤ دقيقة؟

الحـــل

حيث أن المطلوب هو احتمال أداء الخدمة في زمن معين خلال فترة زمنية محددة لذا نستخدم التوزيع الاسي

$$ح(س) = ١ - هـ^{-م س} \quad \text{حيث س} \leq \text{صفر}$$

حيث هـ رقم ثابت = ٢,٧١٨

م معدل أداء الخدمة = ٤ كل ساعة .

س فترة زمنية محددة = ٢٤ دقيقة = $\frac{٢٤}{٦٠}$ = ٠,٤

$$ح(س) = ١ - هـ^{-م س} = ١ - (٢,٧١٨)^{-٠,٤ \times ٤} = ٠,٧٩٨$$

تمرين

تقوم مطبعة للكتب بطباعة ٥ كتب كل ساعة فما هو احتمال أن خدمة الطباعة ستستغرق ١٢ دقيقة؟

الحـــل

حيث أن المطلوب هو احتمال أداء الخدمة في زمن معين خلال فترة زمنية محددة لذا نستخدم التوزيع الاسي

$ح(س) = ١ - هـ^{-م س}$ حيث س $\leq$ صفر

حيث هـ رقم ثابت = ٢,٧١٨

م معدل أداء الخدمة = ٥ كل ساعة .

س فترة زمنية محددة = ١٢ دقيقة = $\frac{١٢}{٦٠}$ = ٠,٢

$ح(س) = ١ - هـ^{-م س} = ١ - (٢,٧١٨)^{-٥ \times ٠,٢} = ٠,٦٣٢$

تمرين

يعمل شخص واحد في محطة صغيرة لتموين السيارات بالبنزين فإذا كان معدل وصول السيارات = ٨ سيارات كل ساعة ومعدل أداء الخدمة ١٦ سيارة كل ساعة وهذه المعدلات ثابتة

المطلوب قياس كفاءة أداء هذه المحطة؟

الحـــــــل

ر معدل الوصول في فترة زمنية محددة = ٨

م معدل أداء الخدمة = ١٦

يمكن قياس كفاءة المحطة عن طريق المقاييس التالية

- احتمال إنشغال مركز الخدمة

$$ق = \frac{ر}{م} = \frac{٨}{١٦} = ٠,٥$$

- احتمال أن مركز الخدمة ليس به عملاء

ك = ١ – ق = ١ – ٠,٥ = ٠,٥

- متوسط عدد العملاء في محطة الخدمة

$$ل = \frac{ر}{م - ر} = \frac{٨}{١٦-٨} = ١$$

- متوسط عدد العملاء المنتظرين

$$ل' = \frac{ر^{٢}}{م\,(م - ر)} = \frac{٨ \times ٨}{١٦\,(١٦ - ٨)} = ٠,٥$$

- متوسط الوقت الذي يقضيه العميل في مركز الخدمة

$$و = \frac{١}{م - ر} = \frac{١}{١٦-٨} = ٠,١٢٥ \text{ ساعة} = ٧,٥ \text{ دقيقة}$$

تمرين

يعمل شخص واحد في محل لتحويل المكالمات التليفونية فإذا كان معدل وصول الزبائن= ٢ زبون كل ساعة ومعدل أداء الخدمة ٨ زبائن كل ساعة وهذه المعدلات ثابتة المطلوب قياس كفاءة أداء مركز الخدمة؟

الحـــــــل

ر معدل الوصول = ٢ م معدل أداء الخدمة = ٨

يمكن قياس كفاءة المحل عن طريق المقاييس التالية

- احتمال إنشغال مركز الخدمة $ق = \frac{ر}{م} = \frac{٢}{٨} = ٠,٢٥$

- احتمال أن مركز الخدمة ليس به عملاء

$ك = ١ - ق = ١ - ٠,٢٥ = ٠,٧٥$

- متوسط عدد العملاء في المحطة $ل = \frac{ر}{م - ر} = \frac{٢}{٨-٢} = ٠,٣٣$

- متوسط عدد العملاء المنتظرين

$ل' = \frac{ر^٢}{م(م-ر)} = \frac{٢\times٢}{٨(٨-٢)} = ٠,٠٨٣$

- متوسط الوقت الذي يقضيه العميل في مركز الخدمة

$و = \frac{١}{م - ر} = \frac{١}{٨-٢} = ٠,١٦٦$ ساعة = ١٠ دقيقة

تمارين متنوعة

أولاً : وضح الصواب والخطأ مع التعليل لكل عبارة من العبارات التالية:

١. لا توجد مشكلة انتظار إذا كان معدل وصول العملاء طالبي الخدمة سريعاً بدرجة تفوق معدل أداء الخدمة.
٢. تنشأ مشكلة صفوف الانتظار عندما يكون معدل أداء الخدمة أسرع من معدل وصول العملاء.
٣. ليس هناك ارتباط بين صفوف الانتظار والتكلفة التي تتحملها المنشأة .
٤. لا يوجد ارتباط بين صفوف الانتظار وسمعة المنشأة.
٥. يمكن عن طريق صفوف الانتظار معرفة مدي الجدوي من إنشاء مراكز خدمة جديدة أو فتح منافذ جديدة.
٦. يعتبر طالب الخدمة ومقدمها هم عناصر صفوف الانتظار فقط.
٧. لا يؤثر حجم المجتمع علي معدل وصول العملاء.
٨. لا يؤثر نمط سلوك المجتمع علي معدل وصول العملاء.
٩. يختلف طول الطابور حسب الأسلوب أو مجموعة العناصر التي تتبع في خدمة العملاء.
١٠. قاعدة الواصل أولاً يخدم أخيراً هي القاعدة السائدة بين معظم أنظمة الصفوف.
١١. توجد علاقة طردية بين تكاليف تقديم الخدمة للزبائن وتكاليف الانتظار.

١٢. يستخدم توزيع بواسون لحساب احتمال وصول عدد معين من العملاء لمركز الخدمة خلال فترة زمنية محددة.

١٣. يفترض التوزيع الاسي أن متوسط معدل الوصول ومعدل الخدمة ثابتين ومستقرين.

ثانياً : أسئلة المقال

١٤. تكلم عن نشأة صفوف الانتظار وأهميتها؟

١٥. عرف صفوف الانتظار ؟

١٦. اذكر العناصر الأساسية لمشكلة صفوف الانتظار؟

١٧. ما هو الفرق بين LIFO , FIFO ؟

١٨. اشرح مع الرسم التكاليف المختلفة لنماذج الانتظار؟

١٩. ما هي النماذج المشهورة لنماذج الانتظار؟

٢٠. فرق بين زمن الوصول وزمن الخدمة؟

ثالثاً : تمارين رقمية

٢١. إذا كان معدل وصول المرضي لمستشفي معين يبلغ ٧ مرضي كل ساعة فأوجد الاحتمالات التالية

- احتمال وصول ٣ مرضي في الساعة؟
- احتمال وصول ٢ مرضي في الساعة؟
- احتمال عدم وصول أي مريض خلال ساعة؟
- احتمال وصول ٣ مرضي كل نصف ساعة؟

٢٢. يصل إلي أحد مطاعم الوجبات السريعة زبائن بمعدل ١٠ زبائن في الساعة الواحدة احسب الاحتمالات التالية

- احتمال وصول ٤ زبائن كل ساعة؟
- احتمال عدم وصول أي زبون خلال ساعة؟
- احتمال وصول زبون واحد خلال ساعة؟
- احتمال وصول عدد ٢ زبون علي الأكثر خلال ساعة؟
- احتمال وصول زبون واحد علي الأقل خلال ساعة؟

٢٣. تقوم مستشفي ما بعلاج ٦٠مرضي كل ساعة فما هو احتمال أن الخدمة العلاجية سوف تستغرق ٣٦ دقيقة؟

٢٤. تقوم مطبعة للكتب بطباعة ٥ كتب كل ساعة فما هو احتمال أن خدمة الطباعة ستستغرق ١٢ دقيقة؟

٢٥. يعمل شخص واحد في محطة صغيرة لتموين السيارات بالبنزين فإذا كان معدل وصول السيارات = ٥ سيارات كل ساعة ومعدل أداء الخدمة ١٠ سيارة كل ساعة وهذه المعدلات ثابتة

المطلوب قياس كفاءة أداء هذه المحطة عن طريق المقاييس التالية:

- احتمال إنشغال مركز الخدمة
- احتمال أن مركز الخدمة ليس به عملاء
- متوسط عدد العملاء في محطة الخدمة
- متوسط عدد العملاء المنتظرين
- متوسط الوقت الذي يقضيه العميل في مركز الخدمة.

الفصل السابع

نمـــاذج التخصيص

أهداف هذا الفصل

عند الانتهاء من هذا الفصل سوف يكون القارئ قادراً على

١ـ التعرف علي نماذج التخصيص وفروضها.

٢ـ معرفة طرق نماذج التخصيص من طريقة الحل اليدوي والطريقة المجرية.

٣ـ التفرقة بين نماذج التخصيص في حالة تخفيض التكاليف وفي حالة تعظيم الأرباح.

٤ـ معرفة المشكلات التي يمكن أن تواجه نماذج التخصيص ومعرفة طرق علاجها.

مقدمة

تهتم نماذج التخصيص بكيفية توزيع عدد معين من الموارد علي عدد من الأنشطة كتوزيع عدد من الموظفين على عدد من الوظائف ويدخل في هذه النماذج أيضاً حالات يمكن فيها استخدام عدة موارد لعمل أو لعدة اعمال ومثال ذلك وسائل النقل التي تبحث في ايجاد طريقة الأقل تكلفة في نقل الموارد (كمنتجات المصانع) الى غايات معينة (كالمخازن التي تقوم بدورها بتوزيعها على مراكز التسويق) ففي هذه الحالة يمكن أن تنقل المنتجات من أكثر من مصنع معين لعدة مخازن والسياسة المتبعة لذلك تعتمد بالدرجة الأولى على تكاليف نقل الوحدة من مصنع معين لكل مخزن من المخازن وعلى احتياجات هذا المخزن من المنتجات لذا يري البعض أن نماذج التخصيص ما هي إلا حالة خاصة من نماذج النقل إلا أنه في الحقيقة تعتبر نماذج ذات أهمية كبري قد تفوق أهمية نماذج النقل ذاتها.

تعريف نماذج التخصيص

تعرف نماذج التخصيص بأنها النماذج التي تهتم باختيار أفضل تخصيص أو تعيين وسيلة ما لإنجاز مهمة معينة بحيث تؤدي إلى الوصول إلى الحد الأدنى من التكاليف أو تعظيم الإرباح (العوائد) .

ويتم التعيين علي أساس ربط كل مورد بمهمة أو استخدام واحد أو العكس أي ربط كل مهمة بمورد واحد فقط.

يستخدم نموذج التعيين في كثير من التطبيقات العملية منها

- تخصيص الموظفين لانجاز مهام وظيفية معينة .
- تخصيص العاملين للعمل على آلات معينة.
- تخصيص عدد معين من المديرين على عدد معين من المناصب الإدارية.
- تخصيص عدد معين من الآلات لإنتاج سلع معينة.
- تخصيص وسائل نقل معينة لنقل السلع من مكان لأخر.
- تخصيص عقود مقاولات معينة لمقاوليين معينيين.

فروض نماذج التخصيص

١. وجود عدد متساوي من العمليات و التسهيلات أي عدد الوسائل أو الأشخاص أو الماكينات يساوي عدد المهام، أو عدد الأعمال، بمعني اخر المساواة بين عدد الموارد وعدد الإستخدامات، وهذا يعني أننا لابد من أن نتعامل مع مصفوفة مربعة.

٢. الموارد تمثل الصفوف ، الاستخدامات تمثل الأعمدة وذلك في المصفوفة المربعة.

٣. عدد الموارد في أي صف تساوي الواحد الصحيح ، عدد الاستخدامات في أي عمود تساوي الواحد الصحيح.

٤. الكمية المخصصة لأي خلية تعتبر متغير ثنائي يأخذ إحدي قيمتين (صفر إذا كانت فارغة ، واحد صحيح إذا كانت غير فارغة).

٥. عدم إمكانية الشخص أو الوسيلة من القيام بأكثر من عمل أو مهمة واحدة في نفس الوقت.

٦. تكلفة أداء كل عمل أو مهمة من قبل (العامل أو الماكينة) معروفة و محددة مسبقاً.

٧. عدم السلبية إذ يفترض عدم وجود مبالغ لانجاز المهام و التي تمثل أرباح أو تكاليف بالسالب.

طرق التخصيص

توجد عدة طرق للتخصيص من أهمها

١- طريقة الحل اليدوي (التوافيق).

٢- طريقة السمبلكس.

٣- الطريقة المجرية.

وحيث أنه تم شرح طريقة السمبلكس مع نماذج البرمجة الخطية سوف نكتفي بشرح طريقتي الحل اليدوي والطريقة المجرية فقط.

وفيمايلي شرح مبسط لكل طريقة علي حدة.

الطريقة الأولي : طريقة الحل اليدوي (التوافيق) (السرد)

هي طريقة يتم بموجبها تحديد جميع البدائل لعملية التخصيص وحساب جميع الاحتمالات الممكنة لعملية

التخصيص عن طريق قاعدة التوافيق والتباديل (ن!) حيث ن هي عدد المهام أو عدد العمال.
تعتبر هذه الطريقة من أبسط الطرق المستخدمة في عملية حل نماذج التخصيص ولكن يفضل استخدامها عندما لا يتجاوز عدد المهام أو الوسائل ثلاث مهام أو ثلاث استخدامات فقط.

مثال تطبيقي على مهمتين

بفرض أننا لدينا عاملين أ ، ب ولديهم مهمتين وهما التعبئة والتغليف ويوضح الجدول التالي تقديرات الوقت الذي حددها صاحب المصنع والخاصة بانجاز كل عامل لمهمة معينة.

العمال / المهام	التعبئة	التغليف
أ	٧	٦
ب	٥	٦

المطلوب : تخصيص العمال لانجاز المهام بحيث يؤدي ذلك إلى تقليل الوقت اللازم لأدني حد ممكن بالطريقة اليدوية؟

الحـــل

بتطبيق قاعدة التباديل والتوافيق علي المثال التالي بقاعدة المضروب ن! = ٢! = ٢ × ١ = ٢

وبالتالي نكون أمام احتمالين هما:

الاحتمال الاول : تخصيص العامل (أ) لتنفيذ مهمة التعبئة ، تخصيص العامل (ب) لتنفيذ مهمة التغليف وفي هذه الحالة يكون الوقت الاجمالي اللازم لإنجاز المهمتين = ٧ +٦ = ١٣.

الاحتمال الثاني : تخصيص العامل (ب) لتنفيذ مهمة التعبئة ، تخصيص العامل (أ) لتنفيذ مهمة التغليف وفي هذه الحالة يكون الوقت الاجمالي اللازم لإنجاز المهمتين = ٥ +٦ = ١١.

وبالتالي يكون التخصيص الثاني وهو تخصيص العامل (ب) لتنفيذ مهمة التعبئة ، تخصيص العامل (أ) لتنفيذ مهمة التغليف هو الأفضل لأنه يحتاج لفترة زمنية أقل لتنفيذ المهمتين معاً.

مثال تطبيقي علي ثلاث مهام

بفرض أننا لدينا ثلاث عمال أ ، ب ، جـ ولديهم ثلاث مهام وهما التصنيع والتعبئة والتغليف ويوضح الجدول التالي تقديرات الوقت الذي حددها صاحب المصنع والخاصة بانجاز كل عامل لمهمة معينة.

العمال / المهام	التصنيع	التعبئة	التغليف
أ	٨	٧	٥
ب	٥	٤	٥
جـ	٣	٥	٦

المطلوب : تخصيص العمال لانجاز المهام بحيث يؤدي ذلك إلى تقليل الوقت اللازم لأدني حد ممكن بالطريقة اليدوية؟

الحـــل

بتطبيق قاعدة التباديل والتوافيق علي المثال التالي بقاعدة المضروب ن! = ٣! = ٣×٢×١ = ٦

وبالتالي نكون أمام ٦ احتمالات يمكن تلخيصهم في الجدول التالي

البدائل	التصنيع	التعبئة	التغليف	مجموع التكاليف
١	أ=٨	ب=٤	جـ=٦	٨+٤+٦ = ١٨
٢	أ=٨	جـ=٥	ب=٥	٨+٥+٥=١٨
٣	ب=٥	أ=٧	جـ=٦	٥+٧+٦=١٨
٤	ب=٥	ج=٥	أ=٥	٥+٥+٥=١٥
٥	جـ=٣	أ=٧	ب=٥	٣+٧+٥=١٥
٦	جـ=٣	ب=٤	أ=٥	٣+٤+٥=١٢

وبالتالي يكون التخصيص السادس وهو تخصيص العامل (جـ) لتنفيذ مهمة التصنيع ، تخصيص العامل (ب) لتنفيذ مهمة التعبئة ، تخصيص العامل (أ) لتنفيذ مهمة التغليف هو الأفضل لأنه يحتاج لفترة زمنية أقل لتنفيذ المهام الثلاث معاً.

جدير بالذكر أنه كلما زادت المهام كلما زاد عدد احتمالات التخصيص فعند عدد مهام أربعة يكون عدد احتمالات التخصيص = ٤×٣×٢×١ = ٢٤ احتمال ، عند عدد مهام خمسة يكون عدد احتمالات التخصيص = ٥ × ٤ × ٣ × ٢ × ١ = ١٢٠ احتمال ،لذا دائماً تفضل الطريقة اليدوية مع حد أقصي لعدد المهام ثلاثة فقط.

الطريقة الثانية : الطريقة المجرية

هي طريقة تعتمد علي مفهوم تجنب حدوث تكلفة الفرصة الضائعة وبالتالي فإننا نحاول في هذه الطريقة أن نصل إلي تكلفة فرصة ضائعة = صفر وذلك وصولاً للحل الأمثل ، وهي طريقة يمكنها حل معظم مشاكل التخصيص بصورة بعيدة عن التعقيد الموجود بطريقة السمبلكس ، وبعيدة عن التطويل الموجود بالحل اليدوي خاصة مع عدد مهام كبير، وقد قام العالم المجري جونسون باكتشاف هذه الطريقة ولذلك سميت هذه الطريقة بالمجرية.

خطوات طريقة التخصيص

١- تكوين مصفوفة التخصيص وهي مصفوفة مربعة صفوفها عبارة عن الموارد وأعمدتها هي الاستخدامات.

٢- تكوين مصفوفة الفرصة الضائعة وهي تختلف حسب الهدف هل هو تخفيض تكاليف أم تعظيم أرباح.

٣- اختبار أمثلية الحل

أولاً : حالة تخفيض التكاليف

الخطوات

١. طرح أصغر رقم في كل عمود من باقي قيم العمود للحصول على صفر واحد على الأقل في كل عمود.

٢. طرح أصغر رقم في كل صف من باقي قيم ذلك الصف للحصول على صفر واحد على الأقل في كل صف.

٣. تغطية الأصفار الناتجة في (الصفوف و الأعمدة) بأقل عدد من المستقيمات الأفقية أو الرأسية أو كلاهما.

٤. إذا كان عدد المستقيمات يساوي عدد صفوف أو أعمدة الجدول ، فإننا في هذه الحالة قد توصلنا إلى الحل الأمثل.

٥. أما إذا كان عدد المستقيمات لا يساوي (أقل من) عدد الصفوف أو الأعمدة ، ففي هذه الحالة نقوم باختيار اصغر قيمة من القيم غير المغطاة و طرحها من جميع القيم غير المغطاة ، و إضافتها إلى قيم نقاط تقاطع المستقيمات ثم تغطية الأصفار الناتجة في (الصفوف و الأعمدة) بأقل عدد من المستقيمات ، أما بقية القيم المغطاة فتترك كما هي.

٦. يتم تكرار الخطوات السابقة حتي الوصول للحل الأمثل.

مثال

بفرض أننا لدينا ثلاث عمال أ ، ب ، جـ ولديهم ثلاث مهام وهما التصنيع والتغبئة والتغليف ويوضح الجدول التالي

تقديرات الوقت الذي حددها صاحب المصنع والخاصة بانجاز كل عامل لمهمة معينة.

العمال / المهام	التصنيع	التعبئة	التغليف
أ	٨	٧	٥
ب	٥	٤	٥
جـ	٣	٥	٦

المطلوب : تخصيص العمال لانجاز المهام بحيث يؤدي ذلك إلى تقليل الوقت اللازم لأدني حد ممكن بالطريقة المجرية؟

الحـــل

١- بطرح أصغر رقم في كل عمود من باقي قيم العمود.

العمال / المهام	التصنيع	التعبئة	التغليف
أ	٨-٣ = ٥	٧ ـ ٤ = ٣	٥- ٥ = صفر
ب	٥- ٣ = ٢	٤- ٤ = صفر	٥- ٥ = صفر
جـ	٣-٣ = صفر	٥ ـ ٤ = ١	٦ ـ ٥ = ١

٢- بطرح أصغر رقم في كل صف من باقي قيم الصف.

العمال / المهام	التصنيع	التعبئة	التغليف
أ	٥- ٠ = ٥	٣ ـ ٠ = ٣	٠ ـ ٠ = صفر
ب	٢ ـ ٠ = ٢	٠ ـ ٠ = صفر	٠ ـ ٠ = صفر
جـ	٠ ـ ٠ = صفر	١ ـ ٠ = ١	١ ـ ٠ = ١

٣- تغطية الأصفار الموجودة في الجدول السابق بأقل عدد من المستقيمات الأفقية والرأسية

العمال / المهام	التصنيع	التعبئة	التغليف
أ	٥	٣	صفر
ب	٢	صفر	صفر
جـ	صفر	١	١

٤- حيث أن عدد المستقيمات يساوي عدد صفوف أو أعمدة الجدول ، فإننا في هذه الحالة قد توصلنا إلى الحل الأمثل وهو العامل (أ) يقوم بمهمة التغليف ووقتها = ٥.

العامل (جـ) يقوم بمهمة التصنيع ووقتها = ٣.

العامل (ب) يقوم بمهمة التعبئة أو التغليف وحيث أن التغليف من مهام (أ) لذا فالأفضل أن يكلف العامل (ب) بمهمة التعبئة ووقتها = ٤.

ويكون الوقت الاجمالي لانجاز تلك المهام =٥ + ٣ + ٤ = ١٢

وهي نفس النتيجة التي توصلنا لها لحل هذا المثال بالحل اليدوي.

ثانياً : حالة تعظيم الأرباح

١. نطرح كل رقم من أرقام المصفوفة ككل من أكبر رقم في المصفوفة لتحويلها من مصفوفة عوائد إلي مصفوفة تكاليف، ثم نبدأ في تنفيذ خطوات الحل الخاصة بتخفيض التكاليف كما هي.

٢. طرح أصغر رقم في كل عمود من باقي قيم العمود للحصول على صفر واحد على الأقل في كل عمود.

٣. طرح أصغر رقم في كل صف من باقي قيم ذلك الصف للحصول على صفر واحد على الأقل في كل صف.

٤. تغطية الأصفار الناتجة في (الصفوف و الأعمدة) بأقل عدد من المستقيمات الأفقية أو الرأسية أو كلاهما.

٥. إذا كان عدد المستقيمات يساوي عدد صفوف أو أعمدة الجدول ، فإننا في هذه الحالة قد توصلنا إلى الحل الأمثل.

٦. أما إذا كان عدد المستقيمات لا يساوي (أقل من) عدد الصفوف أو الأعمدة ، ففي هذه الحالة نقوم باختيار اصغر قيمة من القيم غير المغطاة و طرحها من جميع القيم غير المغطاة ، و إضافتها إلى قيم نقاط تقاطع المستقيمات ثم تغطية الأصفار الناتجة في (الصفوف و

الأعمدة) بأقل عدد من المستقيمات ، أما بقية القيم المغطاة فتترك كما هي.

٧. يتم تكرار الخطوات السابقة حتي الوصول للحل الأمثل.

تمرين

بفرض أننا لدينا خمس عمال أ ، ب ، جـ ، د ، هـ ولديهم خمس مهام وهما الدعاية والتصنيع والتعبئة والتغليف والتسويق ويوضح الجدول التالي تقديرات الأرباح الذي حددها صاحب المصنع والخاصة بانجاز كل عامل لمهمة معينة.

العمال / المهام	الدعاية	التصنيع	التعبئة	التغليف	التسويق
أ	٣	٩	٢	٣	٧
ب	٦	١	٥	٦	٦
جـ	٩	٤	٧	١٠	٣
د	٢	٥	٤	٢	١
هـ	٩	٦	٢	٤	٦

المطلوب : تخصيص العمال لانجاز المهام بحيث يؤدي ذلك إلى تعظيم الأرباح لأقصي حد ممكن بالطريقة المجرية؟

الحـــل

في البداية نحول مصفوفة الأرباح لمصفوفة تكاليف بطرح أكبر رقم في المصفوفة (١٠) من جميع أرقام المصفوفة فتتحول للشكل التالي

العمال / المهام	الدعاية	التصنيع	التعبئة	التغليف	التسويق
أ	٧	١	٨	٧	٣
ب	٤	٩	٥	٤	٤
جـ	١	٦	٣	٠	٧
د	٨	٥	٦	٨	٩
هـ	١	٤	٨	٦	٤

بطرح أصغر رقم في كل عمود من باقي قيم العمود للحصول على صفر واحد على الأقل في كل عمود.

العمال / المهام	الدعاية	التصنيع	التعبئة	التغليف	التسويق
أ	٦	٠	٥	٧	٠
ب	٣	٨	٢	٤	١
جـ	٠	٥	٠	٠	٤
د	٧	٤	٣	٨	٦
هـ	٠	٣	٥	٦	١

بطرح أصغر رقم في كل صف من باقي قيم ذلك الصف للحصول على صفر واحد على الأقل في كل صف.

العمال / المهام	الدعاية	التصنيع	التعبئة	التغليف	التسويق
أ	٦	٠	٥	٧	٠
ب	٢	٧	١	٣	٠
جـ	٠	٥	٠	٠	٤
د	٣	١	٠	٥	٣
هـ	٠	٣	٥	٦	١

تغطية الأصفار الناتجة في (الصفوف و الأعمدة) بأقل عدد من المستقيمات الأفقية أو الرأسية أو كلاهما.

العمال / المهام	الدعاية	التصنيع	التعبئة	التغليف	التسويق
أ	٦	٠	٥	٧	٠
ب	٢	٧	١	٣	٠
جـ	٠	٥	٠	٠	٤
د	٣	١	٠	٥	٣
هـ	٠	٣	٥	٦	١

حيث أن عدد المستقيمات = عدد صفوف أو أعمدة الجدول =٥ ، فإننا في هذه الحالة قد توصلنا إلى الحل الأمثل وهو

العامل (هـ) يقوم بمهمة الدعاية ووقتها = ٩

العامل (ب) يقوم بمهمة التسويق ووقتها = ٦

العامل (د) يقوم بمهمة التعبئة ووقتها = ٤

العامل (أ) يقوم بمهمة التصنيع ووقتها = ٩

العامل (جـ) يقوم بمهمة التغليف ووقتها = ١٠

ويكون الوقت الاجمالي = ٩+٦+٤+٩+١٠ = ٤٨

تمارين متنوعة

أولاً : وضح الصواب والخطأ مع التعليل لكل عبارة من العبارات التالية:

١. التعيين يقوم علي أساس ربط كل مورد بمهمة أو استخدام واحد وليس العكس.
٢. ليس من الضروري المساواة بين عدد الموارد وعدد الاستخدامات في نماذج التعيين.
٣. يفضل استخدام الطريقة المجرية عندما يكون عدد المهام أو الوسائل لا يتجاوز ثلاث مهام أو ثلاث استخدامات فقط.
٤. الطريقة المجرية هي طريقة تعتمد علي مفهوم تجنب حدوث تكلفة الفرصة الضائعة.
٥. كلما زادت المهام كلما زاد عدد احتمالات التخصيص.

ثانياً : اسئلة المقال

٦. عرف نماذج التخصيص؟
٧. ما هي فروض نماذج التعيين؟
٨. ما هي خطوات نظرية التخصيص في حالة تخفيض التكاليف؟
٩. ما هي خطوات نظرية التخصيص في حالة تعظيم الأرباح؟

١٠. تكلم عن أهم المشكلات التي يمكن أن نواجهها أثناء تطبيق نماذج التخصيص ؟ مع ذكر طرق العلاج؟

ثالثاً : تمارين رقمية

١١- أوجد التخصيص الأمثل لتوزيع المهام علي الات في مصفوفة التكلفة التالية

	a	b	c	d
أ	١٠	٥	٥	٢
ب	٩	٨	٤	٣
جـ	٧	٧	٦	٤
د	٨	٧	٥	٥

١٢- تقوم إحدى المنشات بتسويق إنتاجها في أربع مناطق بيعية مختلفة بواسطة أربعة من رجال البيع . وعلي ضوء خبرة المديرين تم توفير البيانات التالية عن الأرباح بالالاف والتي يتوقع أن يحققها كل منهم في كل منطقة من المناطق البيعية المختلفة

المنطقة	المعادي	العباسية	مدينة نصر	مصر الجديدة
محمد	٦	١٠	٨	١٢
سمير	٧	٨	١٠	١٠
عادل	٧	٨	١٢	٩
أحمد	١٢	١١	٨	٧

وترغب إدارة الشركة في معرفة البرنامج الأمثل لتخصيص رجال البيع علي هذه المناطق البيعية والذي يحقق للشركة أقصي أرباح ممكنة .

١٣- يعمل بقسم الكهرباء بكلية التجارة ثلاثة عمال هاشم ، سيد ، أحمد ولدي القسم ثلاثة أعمال غير مخصصة س ، ص ، ع ويوضح الجدول التالي البدائل المتاحة أمام رئيس قسم الكهرباء لتخصيص هذه الأعمال ووقت انجازها بالساعات من قبل كل عامل من العمال الثلاث بالقسم

العمال	س	ص	ع
هاشم	٢٢	٢٤	٣٤
سيد	١٤	٢٢	٤٠
أحمد	١٠	١٦	٣٢

المطلوب إيجاد برنامج االتخصيص الأمثل الذي ينتج عنه أقل وقت ممكن لأداء الأعمال الثلاثة بقسم الكهرباء بالكلية؟

١٤ - ترغب شركة أثاث في بناء ثلاثة مخازن ولقد تعاملت الشركة في الماضي مع أربعة شركات لمقاولات تعمل في مجال الإنشاءات، وحيث أن الشركة راضية عن أداء هذه الشركات كلها فقد دعتهم لتقديم عروض لكل عملية من

عمليات بناء المخازن، وكانت العروض النهائية التي تقدمت بها الشركات قيمتها كالتالي بالمليون جنيه

المخازن	a	b	c	d
أ	٤٠	٤٤	٣٨	٤٢
ب	٦٠	٥٨	٦٥	٦٤
جـ	٥٠	٥٥	٤٨	٥٦

وترغب الشركة في الانتهاء من بناء هذه المخازن في أسرع وقت ممكن، ولذلك فإنها تنوى إعطاء عملية واحدة على الأكثر لكل شركة يقع عليهاالاختيار .

المطلوب : أوجد برنامج التخصيص الأمثل الذي ينتج عنه أقل تكلفة كلية للشركة.

المراجع العربية والأجنبية

أولاً : المراجع العربية

١- إبراهيم احمد مخلوف "التحليل الكمي في الإدارة " الطبعة الأولي ، السعودية، مطابع جامعة الملك سعود، ١٩٩٥م.

٢- إسماعيل السيد " بعض الطرق الكمية في مجال الأعمال " الدار الجامعية للطبع و التوزيع، الاسكندرية ١٩٩٩م.

٣- حسين رحيم " مبادئ الإدارة الحديثة : (النظريات – العمليات الإدارية -وظائف المنظمة "، دار حامد للنشر ، الطبعة الأولى ، الأردن ، ٢٠٠٦ م .

٤- جلال إبراهيم العيد " إدارة الأعمال : مدخل اتخاذ القرارات وبناء المهارات الإدارة والمديرين ، وظائف الإدارة والمهارات الإدارية " دار الجامعة الجديدة للنشر ، مصر ، ٢٠٠٣ م.

٥- جمال اليوسف، صباح الدين بقجه " بحوث العمليات "، منشورات جامعة دمشق، سوريا ٢٠٠٧م.

٦- خالد منصور الشعيبي " مدى إستخدام أساليب التنبؤ في تقدير حجم الطلب على المنتجات الصناعية في مدينة جدة"، الإدارة العامة، المجلد (٣٥) العدد (٢) ، سبتمبر ١٩٩٥م.

٧- درويش عبد الرحمن يوسف " واقع استخدام الأساليب الكمية في تحليل المشكلات واتخاذ القرارات – دراسة ميدانية للقطاع الحكومي بدولة الإمارات العربية المتحدة"|، الإدارة العامة، العدد(٧٣)، ١٩٩٢م.

٨- درويش عبد الرحمن يوسف " أساليب اتخاذ القرارات بالمؤسسات الصناعية والخدمية في دولة الإمارات العربية

المتحدة"، المجلة العربية للإدارة، المجلد (١٥)، العدد (١)، ١٩٩١م.
٩- ديفيد اندرسون ، دينس سويني "الأساليب الكمية في الإدارة " دار المريخ ٢٠٠٤م .
١٠- زيد تميم البلخي "مقدمة في بحوث العمليات " جامعة الملك سعود ، المملكة العربية السعودية، ١٩٩٨م.
١١- سمير عبد العال "إمكانية استخدام صفوف الانتظار لتطوير الخدمات المكتبية: دراسة حالات بجامعة الإمارات العربية المتحدة" مجلة كلية التربية، جامعة الإمارات ، يونيو ١٩٩١م.
١٢ - سهيلة عبدالله سعيد " الجديد في الأساليب الكمية وبحوث العمليات" ، دار حامد للنشر والتوزيع ، الأردن ، الطبعة الأولى ٢٠٠٨م.
١٣- سليمان محمد مرجان " بحوث العمليات " ، دار الكتب الوطنية بن غازي ، ليبيا ، الطبعة الأولى ، ٢٠٠٢م .
١٤- شفيق العتوم " بحوث العمليات " الطبعة الأولى ، دار المناهج ، ٢٠٠٦ م.
١٥- صديق نصار " البرمجة الخطية " الجامعة الإسلامية ، غزة ٢٠٠٨م.
١٦- طه حمدي " مقدمة في بحوث العمليات " دار المريخ ، القاهرة ٢٠١٠م.
١٧- عايدة نخلة ، عمرو ابراهيم عبد الرحمن الاتربي " مقدمة في بحوث العمليات" مكتبة عين شمس ٢٠٠٨م.
١٨- عايدة نخلة ، ممدوح عبد العليم ، مدحت عبد العال "بحوث العمليات " دار الحريري للطباعة القاهرة .٢٠٠٣

١٩- عبد ذياب الجزاع " بحوث العمليات" وزارة التعليم العالي والبحث العلمي، جامعة بغداد، ١٩٨٦م.
٢٠- علاء الدين عبد الرحيم أحمد "واقع استخدام الأساليب الكمية في اتخاذ القرارات-دراسة ميدانية للمؤسسات الصناعية والخدمية في المملكة الأردنية الهاشمية"، الإدارة العامة، المجلد(٣٨)، العدد(٣)، أكتوبر ١٩٩٨م.
٢١- علي العلاونة ،محمد عبيدات ،عبد الكريم عواد" بحوث العمليات في العلوم التجارية " دار المستقبل للنشر و التوزيع ، الطبعة الأولى، عمان الأردن ٢٠٠٠م .
٢٢- كمال خليفة أبو زيد ، زينات محمد محرم " دراسات في استخدام بحوث العمليات في المحاسبة " المكتب الجامعي الحديث ، مصر ، ٢٠٠٦م.
٢٣- محمد الطراونة ، سلمان عبيدات " مقدمة في بحوث العمليات أساليب و تطبيقات" دائرة المكتبات و الوثائق الوطنية، الطبعة الأولى الأردن ١٩٨٩م.
٢٤- محمد توفيق ماضي " البرمجة الخطية التوزيع الأمثل للموارد المحدودة" ، المكتب العربي الحديث ، الإسكندرية ، ١٩٩٢ م .
٢٥- محمد صالح الحناوي ، محمد توفيق ماضي : " بحوث العمليات في تخطيط و مراقبة الانتاج " ، الدار الجامعية ، مصر ، ٢٠٠٦م.
٢٦- مؤيد عبد الحسين الفضل"المنهج الكمي في إدارة الأعمال : نماذج قرار وتطبيقات عملية "، الطبعة الأولى ، دار الوارق ، ٢٠٠٦ م .
٢٧- ناديا أيوب" نظرية القرارات الإدارية" منشورات جامعة دمشق، ٢٠٠٢م.

٢٨- نجنم عبود نجم " مدخل للأساليب الكمية مع تطبيق باستخدام ميكروسوفت اكسل " الوراق للنشر والتوزيع ، الأردن ، الطبعة الثانية ، ٢٠٠٨م.
٢٩- نعيم نصر " مشكلات ومستقبل تطبيق التحليل الكمي في الإدارة"، المجلة العربية للإدارة، المجلد (١٠)، العدد (١)، ١٩٨٦م .
٣٠- يوسف حسين محمود عاشور "مقدمة في بحوث العمليات"، الطبعة الرابعة، فلسطين، ٢٠٠٢م.

ثانياً :المراجع الأجنبية

1- Bouchet M., et.al (1998), **"The Impact Of Information Use On Decision Making In The Pharmaceutical Industry"**. Library Management, Volume 19 number 3. pp.196-206. MCB university press.
2- Boyd, Lynn H., Cox, James F. (2002) " **Optimal decision making using cost accounting information"** , int. j. prod. res., vol. 40, no. 8 .
3- Gordon B.Davis (1974) **Management Information System**, (N. Y.: McGraw Hill Book Co., p.31.
4-Hiller.f and Liberman.g, (1980) **Introduction to Operation research**, 3 edition Holden: DAY.INC,. P17.

5- Ivancevich, Matteson (2002) "
Organizational Behavior and Management , Irwin, New York. McGraw- Hill
6- Laudon, Kenneth C., Laudon, Jane P. (2002), **Management Information Systems. "Managing the digital firm"**, seventh Edition. New Jersey. PrenticeHall, Inc.
7- O'Brien James A.(1990) **Management Information Systems A Managerial And User Perspective,** Boston: A Richard D .Irw, Inc.
8-Sirisom, Julsuchada, et. al (2008)" **The accounting information received, its utilization to enhance Thai executive decision making and the effect of personal characteristics"** , Journal of International Business and Economics, Sept, 2008 .
9- Steven Cooke and Nigel stack (1991) **Making Management Decisions**. 2nd, 41 ed, prentice hall international uk ltd, p.10.
10- Wolk. I. , et. al (2000),**"Accounting Theory": A Conceptual and Institutional Approach",** Fifth Edition, South-Western College Publishing, P. 214.